CONSISTÊNCIA FINANCEIRA NO REGIME DE JUROS SIMPLES

PROF. DR. GERSON LACHTERMACHER[1]
PROF. DR. CLOVIS DE FARO[2]

1. INTRODUÇÃO

Ainda nos dias de hoje, cf. Jusbrasil (2023), continua presente o controverso entendimento, com fulcro no que se caracteriza como sendo anatocismo, cobrança de juros devidos a juros, de que o regime de juros compostos, mormente no que concerne a financiamentos habitacionais, deva ser substituído por sistemas de amortização que se fundamentam no regime de juros simples.

Não obstante o fato de que, em nossa opinião, o mais correto seja a manutenção do regime de juros compostos, o intuito do presente estudo é o de que, na eventualidade da ocorrência de determinação judicial que estipule a adoção do regime de juros simples, que seja devidamente levado em conta o que se entende como o princípio de consistência financeira. Pois que, de outro modo, particularmente na eventualidade de liquidação antecipada dos débitos, poderão ocorrer inconsistências quando da apuração dos saldos devedores.

Assim, em sendo estipulada a adoção do regime de juros simples, propõem-se, aqui, que se faça uso do ferramental desenvolvido por Forger (2009 e 2010). O qual contempla tanto o sistema de prestações constantes, como o de amortizações constantes e o de amortizações crescentes (SACRE).

Entretanto, cumpre observar, que a metodologia utilizada por Forger (2009 e 2010), considera tão somente a hipótese de que a data tomada como a de comparação, denominada de data ou ponto focal, para a determinação da equivalência financeira entre o valor do empréstimo e o da sequência de prestações, seja a do término do prazo do financiamento. O que, como salientado em De-Losso, Santos e Cavalcante Filho (2020), conflita com o prescrito no primeiro parágrafo do artigo 15-B da Lei 4.380/64:

"O valor presente do fluxo futuro das prestações, compostas de amortização e juros [...] deve ser calculado com a utilização da taxa de juros pactuada no contrato, não podendo resultar em valor diferente ao do empréstimo ou financiamento concedido".

Sendo que, explicitamente, tanto para o caso do sistema de prestações constantes, como em Nogueira (2013), como no do sistema de amortizações constantes, como em Rovina (2009), também só é considerada a hipótese de data focal no final do prazo do financiamento.

Nosso propósito, contemplando tanto o caso de data focal no início como o de data focal no final do prazo, será o de estender a metodologia proposta por Forger (2009 e 2010), de modo a satisfazer o que, segundo de Faro (2014), caracteriza o conceito de consistência financeira.

---

1 Doutor em Management Sciences - University of Waterloo (1993). Foi diretor de Gestão Acadêmica do IDE da Fundação Getúlio Vargas e professor Associado da Universidade do Estado do Rio de Janeiro e Universidade Federal do Rio de Janeiro. Tem experiência na área de Administração, atuando principalmente nos seguintes áreas: Finanças, Redes Neurais, Mineração de Dados e Pesquisa Operacional. Contato: glachter@gmail.com

2 Ph.D. em Engenharia Industrial, Universidade de Stanford, Pós-Doutorado pela Universitat Müchen, U.M, Alemanha em Engenharia Econômica e Pesquisa Operacional (1981). Contato: clovis.faro@fgv.br.

2. O CONCEITO DE CONSISTÊNCIA FINANCEIRA

Qualquer que seja o regime de juros considerado, seja o de juros simples ou o de juros compostos, e o particular sistema de amortização que tenha sido estipulado, é crucial, em especial na eventualidade de antecipação do pagamento de uma ou mais prestações, que o estado da dívida seja apropriadamente calculado.

Ora, no caso de adoção do regime de juros compostos, temos autores, tais como De-Losso, Giovannetti e Rangel (2013) e Sandrini (2007), que postulam que cada prestação possa ser entendida como sendo vinculada a um subcontrato. O que implica em que a correspondente parcela de amortização seja apropriada de uma maneira muito peculiar. Constratando com os procedimentos tradicionais.

Sendo que, no caso do emprego do regime de juros simples, temos aqueles que, como Nogueira (2013) e Rovina (2009), também propõem particulares maneiras de apuração dos saldos devedores dos contratos.

Focando atenção no caso do regime de juros compostos, de Faro (2015) apresenta o conceito de consistência financeira, evidenciando a necessidade de que seja estritamente observada a equivalência financeira entre os três métodos clássicos de apuração do saldo devedor de um dado financiamento.

Ou seja, de que os valores respectivamente apurados pelos métodos retrospectivo, prospectivo e de recorrência, sejam coincidentes.

3. EXTENSÃO AO CASO DO REGIME DE JUROS SIMPLES

Segundo Forger (2009), em sendo adotado o regime de juros simples, à taxa periódica *i*, no caso de um financiamento de *C* unidades de capital, pelo prazo de *n* períodos, o primeiro passo é a subdivisão das prestações periódicas, parcelas de amortização e saldos devedores, em duas componentes. A primeira dita componente capitalizável, e a segunda sendo denominada de componente não-capitalizável.

Assim, denotando por S_k o saldo devedor na época k, logo após o pagamento da prestação P_k, com sua correspondente parcela de amortização identificada como A_k, admite-se que se tenha $S_k = S_k^C + S_k^N$, $P_k = P_k^C + P_k^N$ e $A_k = A_k^C + A_k^N$. Onde os superescritos *C* ou *N* identificam as correspondentes componentes capitalizáveis e não-capitalizáveis.

Adicionalmente, também para *k=1,2...,n*, é estabelecido que:

$$S_k^C = S_{k-1}^C - A_k^C = S_{k-1}^C - P_k^C \Leftrightarrow A_k^C = P_k^C \quad (1)$$

e

$$S_k^N = S_{k-1}^N - A_k^N = S_{k-1}^N + J_k - P_k^N \Leftrightarrow A_k^N = P_k^N - J_k \quad (2)$$

onde a taxa *i* de juros simples incide somente sobre o saldo capitalizável S_k^C. Ou seja, supõe-se que:

$$J_k = i \times S_{k-1}^C \quad (3)$$

onde J_k denota a parcela de juros que compõe a prestação P_k. Devendo ser observado que a parcela J_k não é subdividida.

Ainda segundo Forger (2009), é introduzido o que se denomina de fator de ponderação, denotado por *f*, com $0 \le f \le 1$. Cujo valor depende não só do particular sistema de amortização que se adote, mas que também leve em conta o fato de que, no regime de juros simples, não está presente a propriedade de cindibilidade do prazo de aplicação; propriedade esta que caracteriza o regime de juros compostos.

Ou seja, o valor do fator *f* de ponderação é também determinado em função da data focal que tenha sido especificada. Isto é, da data que promova a equivalência financeira entre o valor *C* do financiamento e o valor que se atribuí à sequência das *n* prestações.

Dado o valor de *f*, é estabelecido que:

$$S_0^C = C \times f \quad (4)$$

e

$$S_0^N = C \times (1 - f) \quad (5)$$

Adicionalmente, independentemente da época *k*, e do particular sistema de amortização que se considere, é estabelecido que:

$$P^C = A^C = C \times f / n \quad (6)$$

Por fim, para que seja respeitada a equivalência financeira entre o valor *C* do financiamento e o das *n* prestações periódicas, deve-se ter:

$$S_n = S_n^C = S_n^N = 0 \quad (7)$$

Ou seja, não havendo prestação em atraso, o débito deve estar quitado logo após o pagamento da última prestação, P_n.

4. APURAÇÃO DO SALDO DEVEDOR

Similarmente ao que ocorre no caso do regime de juros compostos, também no caso de adoção do regime de juros simples temos três distintas maneiras de apuração do estado da dívida. As quais, evidentemente, devem conduzir ao mesmo resultado.

Considerando cada uma delas, tem-se:

a) saldo devedor segundo o método retrospectivo

Do mesmo modo que no caso do regime de juros compostos, o saldo devedor na época *k* deve ser igual ao valor *C* do financiamento, subtraído da soma das *k* parcelas de amortização que já tenham sido efetuadas.

Ou seja, deve-se ter:

$$S_k = C - \sum_{\ell=1}^{k} A_\ell \qquad (8)$$

b) saldo devedor segundo o método prospectivo

No caso do regime de juros compostos, deve-se ter S_k como sendo igual ao valor presente, na época *k*, das $n-k$ prestações vincendas. Ou seja, considerada a taxa *i* de juros compostos, deve-se ter:

$$S_k = \sum_{\ell=k+1}^{n} P_\ell \times (1+i)^{k-\ell} \qquad (9)$$

Entretanto, no caso do regime de juros simples, devemos subtrair de cada uma das $n-k$ prestações vincendas, as respectivas parcelas de juros. Ou seja, deve-se ter:

$$S_k = \sum_{\ell=k+1}^{n} \left(P_\ell - J_\ell \right) \qquad (10)$$

Deve ser ressaltado que as equações (9) e (10) se equivalem no regime de juros compostos.

c) saldo devedor segundo o método de recorrência

Como sabido, cf. de Faro e Lachtermacher (2012, p. 241), no caso do regime de juros compostos à taxa de juros *i*, temos a seguinte relação de recorrência:

$$S_k = (1+i) \times S_{k-1} - P_k \qquad (11)$$

Logo, generalizando o também apresentado na referência supra mencionada, segue-se que:

$$S_k = C \times (1+i)^k - \sum_{\ell=1}^{k} P_\ell \times (1+i)^{k-\ell} \qquad (12)$$

Ou seja, de acordo com o método de recorrência, temos a seguinte interpretação financeira para a determinação do saldo devedor S_k.

O que se deve na época *k*, é igual ao valor *C* do financiamento, acrescido de juros por k períodos, subtraído da soma dos valores das *k* prestações já pagas, incluindo os juros a partir das respectivas datas de vencimento.

Entretanto, no caso do regime de juros simples, deve-se levar em conta que a taxa *i* de juros incide somente sobre o que se entende como saldo devedor capitalizável.

O que implica em que se tenha:

$$S_k = S_{k-1} + i \times S^C_{k-1} - P_k \qquad (13)$$

Por outro lado, tendo em vista as relações (1), (4) e (6), tem-se que:

$$S^C_k = C \times f - k \times C \times f / n \qquad (14)$$

ou seja

$$S^C_k = C \times f \times (n-k) / n \qquad (14')$$

Por conseguinte, tem-se:

$$S_k = S_{k-1} + i \times C \times f \times (n-k+1) / n - P_k \qquad (13')$$

Assim, recursivamente, obtém-se:

$$S_1 = C + i \times C \times f \times (n-0)/n - P_1 = C + i \times C \times f$$

$$S_2 = C + i \times C \times f - P_1 + i \times C \times f \times (n-1)/n - P_2$$

$$= C + i \times C \times f \times (2n-1)/n - P_1 - P_2$$

$$S_3 = C + i \times C \times f \times (2n-1)/n + i \times C \times f \times (n-2)/n - P_1 - P_2 - P_3$$

$$= C + i \times C \times f \times (3n-3)/n - P_1 - P_2 - P_3$$

Generalizando-se, vem que:

$$S_k = C + k \times i \times C \times f \times (2n-k+1)/2n - \sum_{\ell=1}^{k} P_\ell \qquad (15)$$

Ou seja, no regime de juros simples, o método de recorrência produz a seguinte interpretação para a apuração do saldo devedor.

O saldo devedor na época *k*, S_k, é dado pela soma do valor *C* do financiamento, acrescido de uma particular parcela de juros, subtraído da soma das *k* prestações que já tenham sido pagas.

Parcela esta que inclui os juros, por *k* períodos, relativos ao valor *C* do financiamento, e também a parte referente às *k* prestações que já foram efetuadas.

5. CONSISTÊNCIA FINANCEIRA

Para que se evidencie a presença de consistência financeira no regime de juros simples, precisamos provar a equivalência entre as relações (8), (10) e (15).

a) equivalência entre os métodos retrospectivo e prospectivo.

Tendo em vista a relação (1), tem-se que, partindo da época n:

$$S_{n-1}^C = S_n^C + P^C$$
$$S_{n-2}^C = S_{n-1}^C + P^C = S_n^C + P^C + P^C = S_n^C + 2\times P^C$$
$$S_{n-3}^C = S_{n-2}^C + P_C = S_n^C + 2\times P^C + P^C = S_n^C + 3\times P^C$$

Generalizando, e tendo presente que, por construção, deve-se ter $S_n^C = 0$, segue-se que:

$$S_{n-m}^C = m\times P^C \qquad (16)$$

Similarmente, fazendo uso da relação (2), tem-se:

$$S_{n-1}^N = S_n^N - J_n + P_n^N$$
$$S_{n-2}^N = S_{n-1}^N - J_{n-1} + P_{n-1}^N = S_n^N - J_n + P_n^N - J_{n-1} + P_{n-1}^N$$
$$= S_n^N - \left(J_n + J_{n-1}\right) + \left(P_n^N + P_{n-1}^N\right)$$
$$S_{n-3}^N = S_{n-2}^N - J_{n-2} + P_{n-2}^N = S_n^N - \left(J_n + J_{n-1}\right) + \left(P_n^N + P_{n-1}^N\right) - J_{n-2} + P_{n-2}^N$$
$$= S_n^N - \left(J_n + J_{n-1} + J_{n-2}\right) + \left(P_n^N + P_{n-1}^N + P_{n-2}^N\right)$$

Generalizando, e tendo presente que, por construção, deve-se ter $S_n^N = 0$, decorre que:

$$S_{n-m}^N = \sum_{\ell=(n-m)+1}^{n} \left(P_\ell^N - J_\ell\right) \qquad (17)$$

Por conseguinte, o saldo devedor total na época *n - m*, será

$$S_{n-m} = S_{n-m}^C + S_{n-m}^N = m\times P^C + \sum_{\ell=(n-m)+1}^{n} \left(P_\ell^N - J_\ell\right) \qquad (18)$$

Ou, fazendo *k=n-m*, podemos reescrever a relação (18) como:

$$S_k = \left(n-k\right)\times P^C + \sum_{\ell=k+1}^{n} \left(P_\ell^N - J_\ell\right) \qquad (18')$$

Ou, ainda, tendo em vista as relações (2) e (6)

$$S_k = \left(n-k\right)\times P^C + \sum_{\ell=k+1}^{n} A_\ell^N$$
$$= \sum_{\ell=k+1}^{n} A^C + \sum_{\ell=k+1}^{n} A_\ell^N = \sum_{\ell=k+1}^{n} \left(A^C + A_\ell^N\right) = \sum_{\ell=k+1}^{n} A_\ell \qquad (19)$$

Consequentemente, tendo presente a relação (8), que define o método retrospectivo, devemos ter a seguinte igualdade:

$$C - \sum_{\ell=1}^{k} A_\ell = \sum_{\ell=k+1}^{n} A_\ell \qquad (20)$$

Ou seja, a soma de todas as parcelas de amortização deve ser igual ao valor *C* do financiamento. O que é trivialmente verdade em um sistema de financiamento que seja financeiramente consistente.

Fica, pois, comprovado que os métodos prospectivos e retrospectivo conduzem ao mesmo resultado.

b) equivalência entre os métodos retrospectivo e de recorrência.

Reescrevendo a relação (15), levando em conta que a prestação P_k é composta das suas respectivas parcelas de amortização, A_k, e de juros, J_k, segue-se que:

$$S_k = C + k\times i\times C\times f\times\left(2n-k+1\right)/n - \sum_{\ell=1}^{k} A_\ell - \sum_{\ell=1}^{k} J_\ell \qquad (15')$$

Por outro lado, partindo da relação (1), e considerando as relações (4) e (6), tem-se que, recursivamente:

$$S_1^C = C\times f - C\times f/n$$
$$S_2^C = C\times f - C\times f/n - C\times f/n = C\times f - 2\times C\times f/n$$
$$S_3^C = C\times f - 2\times C\times f/n - C\times f/n = C\times f - 3\times C\times f/n$$

Generalizando-se, tem-se:

$$J_k = C\times f\times i\times\left(n-k+1\right)/n \qquad (21)$$

Logo, tem-se que:

$$S_k = C + k \times i \times C \times f \times \left(2n - k + 1\right)/2n - \sum_{\ell=1}^{k} A_\ell - \sum_{\ell=1}^{k} C \times f \times i \times \left(n - \ell + 1\right)/n \quad (15'')$$

Por conseguinte, para comprovar a equivalência entre os métodos retrospectivo e de recorrência, basta mostrar a igualdade.

$$\sum_{\ell=1}^{k} C \times f \times i \times \left(n - \ell + 1\right)/n = k \times i \times C \times f \times \left(2 \times n - k + 1\right)/2 \times n \quad (22)$$

Relação esta que é trivialmente verificada.

O que comprova que os métodos retrospectivo e de recorrência também produzem o mesmo resultado.

Conclui-se, portanto, que os três métodos de apuração do saldo devedor são equivalentes; ou seja, conduzem ao mesmo resultado. Por conseguinte, verifica-se a presença de consistência financeira.

6. ILUSTRAÇÕES NUMÉRICAS

Neste ponto, cumpre observar que iremos fazer uso de trabalho anterior de Lachtermacher e de Faro (2022), onde é apresentada uma metodologia geral que contempla cada um dos três métodos de amortização de dívidas que são os mais empregados na prática: o de prestações constantes, o de amortizações constantes e o de amortizações crescentes (SACRE). Metodologia esta que contempla as datas focais mais usuais. Ou seja, tanto a de início como a do fim do prazo do financiamento.

Devendo ser registrado que a extensão do SACRE ao regime de juros simples, foi originalmente formulada em Forger (2010). Que, todavia, somente considerou como data focal a do final do prazo do financiamento.

Seja o caso de um financiamento de R$120.000,00, pelo prazo de 12 meses, à taxa de juros simples de 1% a.m.. Iremos considerar, para cada particular sistema de amortização, tanto a hipótese de data focal no início do prazo, quanto a de data focal no final do prazo do financiamento. Em especial, para o método SACRE, suporemos a hipótese de 3 meses de prestações constantes, compondo 4 subperíodos. Em cada caso, determinaremos o saldo ao final período 6, por cada um dos três métodos de apuração do estado da dívida; de modo à evidenciar, numericamente, a presença da consistência financeira.

6.1 Sistema de Prestações Constantes

a) Data Focal no Início do Financiamento

A evolução do saldo devedor, do caso em análise, é mostrada no Quadro 1.

SPC - JS		F.Pond.= 0,982771414547			Taxa a.p.= 1%		nº períodos= 12	
Época	Juros	ANC	ACAP	PNC	PCAP	SNC	SCAP	Saldo
0						2.067,43	117.932,57	120.000,00
1	1.179,33	-368,24	9.827,71	811,09	9.827,71	2.435,67	108.104,86	110.540,52
2	1.081,05	-269,96	9.827,71	811,09	9.827,71	2.705,63	98.277,14	100.982,77
3	982,77	-171,68	9.827,71	811,09	9.827,71	2.877,31	88.449,43	91.326,74
4	884,49	-73,41	9.827,71	811,09	9.827,71	2.950,72	78.621,71	81.572,43
5	786,22	24,87	9.827,71	811,09	9.827,71	2.925,85	68.794,00	71.719,85
6	687,94	123,15	9.827,71	811,09	9.827,71	2.802,70	58.966,28	61.768,99
7	589,66	221,42	9.827,71	811,09	9.827,71	2.581,28	49.138,57	51.719,85
8	491,39	319,70	9.827,71	811,09	9.827,71	2.261,58	39.310,86	41.572,43
9	393,11	417,98	9.827,71	811,09	9.827,71	1.843,60	29.483,14	31.326,74
10	294,83	516,26	9.827,71	811,09	9.827,71	1.327,34	19.655,43	20.982,77
11	196,55	614,53	9.827,71	811,09	9.827,71	712,81	9.827,71	10.540,52
12	98,28	712,81	9.827,71	811,09	9.827,71	0,00	0,00	0,00

Quadro 1: Evolução do Saldo Devedor – SPC – Data Focal no Início do Financiamento

Calculando o saldo devedor no final do sexto período, por cada um dos três métodos de apuração, tem-se, sucessivamente:

1) Método Retrospectivo

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right)$$

$$\sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N\right) = -735,27 \quad \text{e} \quad \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^C\right) = 58966,28$$

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{10}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right) = 120000 - \left(-735,27 + 58966,28\right) = 61.768,99$$

2) Método Prospectivo

Para o caso em estudo queremos ***n*** = *6*, ***m*** =*6* e ***k***=*6*, isto é $S_6 = S_k = S_{n-m}$

$$S_{n-m} = \sum_{t=1}^{k}\left(P_{n-m+t} - J_{n-m+t}\right)$$

$$S_{12-6} = S_6 = \sum_{\ell=6+1}^{12}\left(P_\ell - J_\ell\right) = \sum_{\ell=6+1}^{12} P_\ell - \sum_{\ell=6+1}^{12} J_\ell$$

$$S_6 = 63832,81 - 2063,82 = 61.768,99$$

3) Método de Recorrência

Utilizando a equação (15')

$$S_6 = C + \sum_{\ell=1}^{6} J_\ell - \sum_{\ell=1}^{6} P_\ell = 120000 + 5601,80 - 63832,81 = 61.768,99$$

Portanto, como analiticamente previsto, os três métodos levaram ao mesmo valor para $\boldsymbol{S_6}$.

b) Data Focal no Final do Financiamento

A evolução do saldo devedor, do caso em análise, é mostrado no Quadro 2.

SPC - JS		F.Pond.= 0,9478672985782			Taxa a.p.= 1%		nº períodos= 12	
Época	Juros	ANC	ACAP	PNC	PCAP	SNC	SCAP	Saldo
0						6.255,92	113.744,08	120.000,00
1	1.137,44	0,00	9.478,67	1.137,44	9.478,67	6.255,92	104.265,40	110.521,33
2	1.042,65	94,79	9.478,67	1.137,44	9.478,67	6.161,14	94.786,73	100.947,87
3	947,87	189,57	9.478,67	1.137,44	9.478,67	5.971,56	85.308,06	91.279,62
4	853,08	284,36	9.478,67	1.137,44	9.478,67	5.687,20	75.829,38	81.516,59
5	758,29	379,15	9.478,67	1.137,44	9.478,67	5.308,06	66.350,71	71.658,77
6	663,51	473,93	9.478,67	1.137,44	9.478,67	4.834,12	56.872,04	61.706,16
7	568,72	568,72	9.478,67	1.137,44	9.478,67	4.265,40	47.393,36	51.658,77
8	473,93	663,51	9.478,67	1.137,44	9.478,67	3.601,90	37.914,69	41.516,59
9	379,15	758,29	9.478,67	1.137,44	9.478,67	2.843,60	28.436,02	31.279,62
10	284,36	853,08	9.478,67	1.137,44	9.478,67	1.990,52	18.957,35	20.947,87
11	189,57	947,87	9.478,67	1.137,44	9.478,67	1.042,65	9.478,67	10.521,33
12	94,79	1.042,65	9.478,67	1.137,44	9.478,67	0,00	0,00	0,00

Quadro 2: Evolução do Saldo Devedor – SPC – Data focal no Final do Financiamento

Calculando o saldo devedor no final do sexto período, por cada um dos 3 métodos, tem-se:

1) Método Retrospectivo

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right)$$

$$\sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N\right) = 1421{,}80 \quad \text{e} \quad \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^C\right) = 56872{,}04$$

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{10}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right) = 120000 - \left(1421{,}80 + 56872{,}04\right) = 61.706{,}16$$

2) Método Prospectivo

Para o caso em estudo queremos ***n*** *= 6,* ***m*** *=6* e ***k****=6*, isto é $S_6 = S_k = S_{n-m}$.

$$S_{n-m} = \sum_{t=1}^{k}\left(P_{n-m+t} - J_{n-m+t}\right)$$

$$S_{12-6} = S_6 = \sum_{\ell=6+1}^{12}\left(P_\ell - J_\ell\right) = \sum_{\ell=6+1}^{12} P_\ell - \sum_{\ell=6+1}^{12} J_\ell$$

$$S_6 = 63696{,}68 - 1990{,}52 = 61.706{,}16$$

3) Método de Recorrência

Utilizando a equação (15')

$$S_6 = C + \sum_{\ell=1}^{6} J_\ell - \sum_{\ell=1}^{6} P_\ell = 120000 + 5402{,}84 - 63696{,}68 = 61.706{,}16$$

Portanto, os três métodos levaram ao mesmo valor para $\boldsymbol{S_6}$.

6.2 Sistema de Amortizações Constantes

a) Data Focal no Início do Financiamento

A evolução do saldo devedor, do caso em análise, é mostrado no Quadro 3.

SAC - JS		F.Pond.= 0,9661264229121			Taxa a.p.= 1%		nº períodos= 12	
Época	Juros	ANC	ACAP	PNC	PCAP	SNC	SCAP	Saldo
0						4.064,83	115.935,17	120.000,00
1	1.159,35	338,74	9.661,26	1.498,09	9.661,26	3.726,09	106.273,91	110.000,00
2	1.062,74	338,74	9.661,26	1.401,47	9.661,26	3.387,36	96.612,64	100.000,00
3	966,13	338,74	9.661,26	1.304,86	9.661,26	3.048,62	86.951,38	90.000,00
4	869,51	338,74	9.661,26	1.208,25	9.661,26	2.709,89	77.290,11	80.000,00
5	772,90	338,74	9.661,26	1.111,64	9.661,26	2.371,15	67.628,85	70.000,00
6	676,29	338,74	9.661,26	1.015,02	9.661,26	2.032,41	57.967,59	60.000,00
7	579,68	338,74	9.661,26	918,41	9.661,26	1.693,68	48.306,32	50.000,00
8	483,06	338,74	9.661,26	821,80	9.661,26	1.354,94	38.645,06	40.000,00
9	386,45	338,74	9.661,26	725,19	9.661,26	1.016,21	28.983,79	30.000,00
10	289,84	338,74	9.661,26	628,57	9.661,26	677,47	19.322,53	20.000,00

Quadro 3: Evolução do Saldo Devedor – SAC – Data focal no Início do Financiamento

Calculando o saldo devedor no final do sexto período, por cada um dos 3 métodos, tem-se:

1) Método Retrospectivo

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right)$$

$$\sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N\right) = 2032,41 \quad e \quad \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^C\right) = 57967,59$$

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{10}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right) = 120000 - \left(2032,41 + 57967,59\right) = 60.000,00$$

2) Método Prospectivo

Para o caso em estudo queremos ***n*** *= 6,* ***m*** *=6 e* ***k****=6, isto é* $S_6 = S_k = S_{n-m}$

$$S_{n-m} = \sum_{t=1}^{k}\left(P_{n-m+t} - J_{n-m+t}\right)$$

$$S_{12-6} = S_6 = \sum_{\ell=6+1}^{12}\left(P_\ell - J_\ell\right) = \sum_{\ell=6+1}^{12} P_\ell - \sum_{\ell=6+1}^{12} J_\ell$$

$$S_6 = 62028,87 - 2028,87 = 60.000,00$$

3) Método de Recorrência

Utilizando a equação (15')

$$S_6 = C + \sum_{\ell=1}^{6} J_\ell - \sum_{\ell=1}^{6} P_\ell = 120000 + 5506,92 - 65506,92 = 60.000,00$$

Portanto, os três métodos levaram ao mesmo valor para $\boldsymbol{S_6}$.

b) Data Focal no Final do Financiamento

A evolução do saldo devedor, do caso em análise, é mostrado no Quadro 4.

SAC - JS		F.Pond.= 0,93167702			Taxa a.p.= 1%		nº períodos= 12	
Época	Juros	ANC	ACAP	PNC	PCAP	SNC	SCAP	Saldo
0						8.198,76	111.801,24	120.000,00
1	1.118,01	683,23	9.316,77	1.801,24	9.316,77	7.515,53	102.484,47	110.000,00
2	1.024,84	683,23	9.316,77	1.708,07	9.316,77	6.832,30	93.167,70	100.000,00
3	931,68	683,23	9.316,77	1.614,91	9.316,77	6.149,07	83.850,93	90.000,00
4	838,51	683,23	9.316,77	1.521,74	9.316,77	5.465,84	74.534,16	80.000,00
5	745,34	683,23	9.316,77	1.428,57	9.316,77	4.782,61	65.217,39	70.000,00
6	652,17	683,23	9.316,77	1.335,40	9.316,77	4.099,38	55.900,62	60.000,00
7	559,01	683,23	9.316,77	1.242,24	9.316,77	3.416,15	46.583,85	50.000,00
8	465,84	683,23	9.316,77	1.149,07	9.316,77	2.732,92	37.267,08	40.000,00
9	372,67	683,23	9.316,77	1.055,90	9.316,77	2.049,69	27.950,31	30.000,00
10	279,50	683,23	9.316,77	962,73	9.316,77	1.366,46	18.633,54	20.000,00
11	186,34	683,23	9.316,77	869,57	9.316,77	683,23	9.316,77	10.000,00
12	93,17	683,23	9.316,77	776,40	9.316,77	0,00	0,00	0,00

Quadro 4: Evolução do Saldo Devedor – SAC – Data focal no Final do Financiamento

Calculando o saldo devedor no final do sexto período, por cada um dos 3 métodos, tem-se:

1) Método Retrospectivo

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right)$$

$$\sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N\right) = 4099,38 \quad \text{e} \quad \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^C\right) = 55900,62$$

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{10}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right) = 120000 - \left(4099,38 + 55900,62\right) = 60.000,00$$

2) Método Prospectivo

Para o caso em estudo queremos ***n*** *= 6,* ***m*** *=6* e ***k***=6, isto é $S_6 = S_k = S_{n-m}$.

$$S_{n-m} = \sum_{t=1}^{k}\left(P_{n-m+t} - J_{n-m+t}\right)$$

$$S_{12-6} = S_6 = \sum_{\ell=6+1}^{12}\left(P_\ell - J_\ell\right) = \sum_{\ell=6+1}^{12} P_\ell - \sum_{\ell=6+1}^{12} J_\ell$$

$$S_6 = 61956,52 - 156,52 = 60.000,00$$

3) Método de Recorrência

Utilizando a equação (15')

$$S_6 = C + \sum_{\ell=1}^{6} J_\ell - \sum_{\ell=1}^{6} P_\ell = 120000 + 5310,56 - 65310,56 = 60.000,00$$

Portanto, os três métodos levaram ao mesmo valor para $\boldsymbol{S_6}$.

6.3 Sistema de Amortizações Crescentes (SACRE)

a) Data Focal no Início do Financiamento

A evolução do saldo devedor do caso em análise é mostrado no Quadro 5.

SACRE - JS		F.Pond.= 0,9670438021130			Taxa a.p.= 1%		nº períodos= 12	
Época	Juros	ANC	ACAP	PNC	PCAP	SNC	SCAP	Saldo
0						3.954,74	116.045,26	120.000,00
1	1.160,45	232,86	9.670,44	1.393,31	9.670,44	3.721,89	106.374,82	110.096,70
2	1.063,75	329,56	9.670,44	1.393,31	9.670,44	3.392,32	96.704,38	100.096,70
3	967,04	426,27	9.670,44	1.393,31	9.670,44	2.966,06	87.033,94	90.000,00
4	870,34	232,86	9.670,44	1.103,20	9.670,44	2.733,20	77.363,50	80.096,70
5	773,64	329,56	9.670,44	1.103,20	9.670,44	2.403,64	67.693,07	70.096,70
6	676,93	426,27	9.670,44	1.103,20	9.670,44	1.977,37	58.022,63	60.000,00
7	580,23	232,86	9.670,44	813,08	9.670,44	1.744,51	48.352,19	50.096,70
8	483,52	329,56	9.670,44	813,08	9.670,44	1.414,95	38.681,75	40.096,70
9	386,82	426,27	9.670,44	813,08	9.670,44	988,69	29.011,31	30.000,00
10	290,11	232,86	9.670,44	522,97	9.670,44	755,83	19.340,88	20.096,70
11	193,41	329,56	9.670,44	522,97	9.670,44	426,27	9.670,44	10.096,70
12	96,70	426,27	9.670,44	522,97	9.670,44	0,00	0,00	0,00

Quadro 5: Evolução do Saldo Devedor –SACRE–Data focal no Início do financiamento

Calculando o saldo devedor no final do sexto período, por cada um dos 3 métodos, tem-se:

1) Método Retrospectivo

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right)$$

$$\sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N\right) = 1977,37 \quad e \quad \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^C\right) = 58022,63$$

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{10}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right) = 120000 - \left(1977,37 + 58022,63\right) = 60.000,00$$

2) Método Prospectivo

Para o caso em estudo queremos ***n*** *= 6,* ***m*** *=6* e ***k****=6*, isto é $S_6 = S_k = S_{n-m}$.

$$S_{n-m} = \sum_{t=1}^{k}\left(P_{n-m+t} - J_{n-m+t}\right)$$

$$S_{12-6} = S_6 = \sum_{\ell=6+1}^{12}\left(P_\ell - J_\ell\right) = \sum_{\ell=6+1}^{12} P_\ell - \sum_{\ell=6+1}^{12} J_\ell$$

$$S_6 = 62030,79 - 2030,79 = 60.000,00$$

3) Método de Recorrência

Utilizando a equação (15')

$$S_6 = C + \sum_{\ell=1}^{6} J_\ell - \sum_{\ell=1}^{6} P_\ell = 120000 + 5512,15 - 65512,15 = 60.000,00$$

Portanto, os três métodos levaram ao mesmo valor para $\boldsymbol{S_6}$.

b) Data Focal no Final do Financiamento

A evolução do saldo devedor, do caso em análise, é mostrado no Quadro 6.

SACRE - JS		F.Pond.= 0,9325681492			Taxa a.p.= 1%		nº períodos= 12	
Época	Juros	ANC	ACAP	PNC	PCAP	SNC	SCAP	Saldo
0						8.091,82	111.908,18	120.000,00
1	1.119,08	581,06	9.325,68	1.700,14	9.325,68	7.510,76	102.582,50	110.093,26
2	1.025,82	674,32	9.325,68	1.700,14	9.325,68	6.836,44	93.256,81	100.093,26
3	932,57	767,58	9.325,68	1.700,14	9.325,68	6.068,87	83.931,13	90.000,00
4	839,31	581,06	9.325,68	1.420,37	9.325,68	5.487,80	74.605,45	80.093,26
5	746,05	674,32	9.325,68	1.420,37	9.325,68	4.813,49	65.279,77	70.093,26
6	652,80	767,58	9.325,68	1.420,37	9.325,68	4.045,91	55.954,09	60.000,00
7	559,54	581,06	9.325,68	1.140,60	9.325,68	3.464,85	46.628,41	50.093,26
8	466,28	674,32	9.325,68	1.140,60	9.325,68	2.790,53	37.302,73	40.093,26
9	373,03	767,58	9.325,68	1.140,60	9.325,68	2.022,96	27.977,04	30.000,00
10	279,77	581,06	9.325,68	860,83	9.325,68	1.441,89	18.651,36	20.093,26
11	186,51	674,32	9.325,68	860,83	9.325,68	767,58	9.325,68	10.093,26
12	93,26	767,58	9.325,68	860,83	9.325,68	0,00	0,00	0,00

Quadro 6: Evolução do Saldo Devedor–SACRE–Data focal no Final do Financiamento

Calculando o saldo devedor no final do sexto período, por cada um dos 3 métodos, tem-se:

a) Método Retrospectivo

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right)$$

$$\sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^N\right) = 4045,91 \qquad \sum_{\ell=1}^{6}\left(A_\ell^C\right) = 55954,09$$

$$S_6 = S_0 - \sum_{\ell=1}^{10}\left(A_\ell^N + A_\ell^C\right) = 120000 - \left(4045,91 + 55954,09\right) = 60.000,00$$

b) Método Prospectivo

Para o caso em estudo queremos ***n** = 6, **m** =6* e ***k**=6*, isto é $S_6 = S_k = S_{n-m}$.

$$S_{n-m} = \sum_{t=1}^{k}\left(P_{n-m+t} - J_{n-m+t}\right)$$

$$S_{12-6} = S_6 = \sum_{\ell=6+1}^{12}\left(P_\ell - J_\ell\right) = \sum_{\ell=6+1}^{12} P_\ell - \sum_{\ell=6+1}^{12} J_\ell$$

$$S_6 = 61958,59 - 1958,39 = 60.000,00$$

c) Método de Recorrência

Utilizando a equação (15')

$$S_6 = C + \sum_{\ell=1}^{6} J_\ell - \sum_{\ell=1}^{6} P_\ell = 120000 + 5315,64 - 65315,64 = 60.000,00$$

Portanto, os três métodos levaram ao mesmo valor para S6.

7. CONCLUSÃO

Ficou aqui evidenciado que, na eventualidade de que ocorra decisão judicial determinando que um particular contrato de financiamento, originalmente pactuado segundo o regime de juros compostos, deva ser substituído de acordo com os ditames do regime de juros simples, que o seja de modo a preservar o conceito de consistência financeira.

Isto sendo válido qualquer que seja o particular sistema de amortização estipulado no contrato original.

Fique aqui claro, entretanto, que é bastante provável que venham a ocorrer contestações judiciais. Seja por parte de mutuantes, ou por iniciativas de mutuários. Posto que, no regime de juros simples, ao contrário do que se verifica no regime de juros compostos, não mais se constata a equivalência formal entre o estado da dívida apurado como o valor presente das prestações vincendas, método prospectivo, e o que é determinado quando se computa o valor financiado, acrescido de juros, subtraído da soma das prestações já efetuadas, levando-se em conta os juros atinentes, método de recorrência.

REFERÊNCIAS

DE LOSSO, Rodrigo; Giovannetti, Bruno C; Rangel, Armênio de Souza. "Sistema de Amortização por Múltiplos Contratos: a Falácia do Sistema Francês", ***Economic Analysis of Law Review***, v. 4, nº 1, p. 160-180, 2013.

DE LOSSO, Rodrigo; SANTOS, José Carlos de Souza; CAVALCANTE FILHO, Elias. "As Inconsistências do Método de Gauss-Nogueira", **Informações FIPE**, São Paulo, nº 472, jan. 2020, p. 8-21.

FARO, Clovis de."Sistemas de Amortização: o Conceito de Consistência Financeira e suas Implicações", **Revista de Economia e Administração**, v.13, n.3, p.376-391, 2014.

FARO, Clovis de; LACHTERMACHER, Gerson. **Introdução à Matemática Financeira**. São Paulo: Editoras FGV, 2012.

FARO, Clovis de; LACHTERMACHER, Gerson."Sistemas de Prestações Constantes no Regime de Juros Simples: Duas Versões Financeiramente Consistentes", **Estudos e Negócios Academics**, nº 4, p.3-18, 2022.

FORGUER, Frank Michael. **Saldo Capitalizável e Saldo Não Capitalizável:** Novos Algoritmos para o Regime de Juros Simples, USP, RT-MAP-0905, outubro/2009.

FORGUER, Frank Michael. **Algoritmos para o Sistema de Amortização Crescente (SACRE)**, USP, RT-MAP-1001, abril, 2010.

LACHTERMACHER, Gerson; FARO, Clovis de. "Sistemas de Amortização no Regime de Juros

Simples: uma Metodologia Geral”, a aparecer em **Estudos e Negócios Academics**, 2023.

NOGUEIRA, J. **Tabela Price:** Mitos e Paradigmas, 3ª Ed., Campinas: Millenium, 2013.

ROVINA, E. **Uma Nova Visão da Matemática Financeira**, Campinas: Millenium, 2009.

SANDRINI, J.C., **Sistemas de Amortização de Empréstimos e Capitalização de Juros:** análise dos impactos financeiros e patrimoniais, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, 2007.