

UMA METODOLOGIA GERAL PARA CONTRATOS MÚLTIPLOS NO REGIME DE JUROS SIMPLES: PRESTAÇÃO CONSTANTE, AMORTIZAÇÃO CONSTANTE E AMORTIZAÇÕES MISTAS

GERSON LACHTERMACHER¹
CLOVIS DE FARO²

RESUMO

Recentemente muitos pareceres jurídicos têm determinado a troca de sistemas de amortização tradicionais, como Tabela Price e Sistemas de Amortização Constantes, pelos correspondentes sistemas de prestação constantes – Método de Gauss e sistemas de amortização constantes com capitalização de juros simples. Alguns autores têm sugerido metodologias para este fim, Forger (2009 e 2010), e de Faro & Lachtermacher (2022 e 2023). Por outro lado, autores estudaram recentemente os possíveis ganhos fiscais advindos da utilização de múltiplos contratos, em substituição da utilização de um único contrato; em diversos sistemas de amortização. Entre eles, De-Losso et al. (2013) para sistemas de prestações constantes, de Faro (2022) para o sistema de amortização constante, de Faro & Lachtermacher (2023a e 2023b) para duas variantes do sistema de amortizações crescentes. Todos estes estudos consideraram o regime de juros compostos, evidenciando ganhos fiscais da opção de múltiplos contratos. Neste trabalho, apresentamos uma metodologia geral a ser aplicada a sistemas de amortização em regime de juros simples, para a obtenção de múltiplos contratos.

Palavras-chave: sistemas de amortização; sistema de múltiplos contratos em juros simples

ABSTRACT

Recently, many legal opinions have determined the substitution of traditional amortization system such as Table Price and Constant Amortization System, by the corresponding constant installment system - Gauss Method and constant amortization system with capitalization of simple interest. Some authors have suggested methodologies for this purpose, Forger (2009 and 2010), Faro & Lachtermacher (2022 and 2023). Many authors have recently studied the possible tax gains by using multiple contracts instead of a single contract in different amortization systems, including De-Losso et al. (2013) for constant installment system, De Faro (2022) for constant amortization system, de Faro & Lachtermacher (2023a and 2023b) for two variants of the increasing amortization system. All these studies considered compound interest, showing fiscal gains when a single contract is substituted by multiple contracts. In this work we present a general methodology to be applied to all amortization systems in simple interest system to obtain the corresponding multiple contracts.

Keywords: amortization systems; system of multiple contracts in simple interest.

1 Ph.D. em Management Sciences, Professor Aposentado da FCE/UERJ e pesquisador da Strong Business School, glachter@gmail.com

2 Ph.D. em Engenharia Industrial, Professor Aposentado da EPGE/FGV, cfaro@fgv.br

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Recentemente, diversos autores, como De-Losso et al. (2013) para o caso do sistema de prestações constantes, de Faro (2022) para o caso de adoção do sistema de amortizações constantes, e de Faro e Lachtermacher (2023a e 2023b) para o caso de implementação do que se denominou de sistemas de amortizações crescentes, evidenciaram como as instituições financeiras podem auferir substanciais ganhos fiscais se um contrato único for substituído por n subcontratos. Um para cada uma das n prestações do contrato único.

Entretanto, em todos os casos acima considerados, sempre estava subjacente que os contratos em questão eram regidos de acordo com o regime de juros compostos.

Ocorre que, ainda nos dias de hoje, com fulcro no entendimento que tais contratos impliquem na ocorrência de que se denomina de anatocismo, cobrança de juros sobre juros, diversos tribunais têm estipulado que sejam substituídos com base no regime de juros simples; cf. Jusbrasil (2023).

Todavia, como o regime de juros simples não goza da propriedade dita de cindibilidade do prazo de aplicação, cf. de Faro e Lachtermacher (2012, p.32), é necessário que se especifique o que se denomina de data focal; cf. Ayres (1963).

De uma maneira geral, contrariando legislação promulgada em 1964, como evidenciado em De-Losso et al. (2020) e que se afigura como nunca revogada, o que se apresenta como sendo a totalidade das sentenças judiciais, tem sido estipulado, embora implicitamente, a adoção do final do contrato como a data focal. Gerando o que tem sido denominado de "Método de Gauss", cf. Nogueira (2013), para o caso do sistema de prestações constantes, ou de sua variante, cf. Rovina (2009), para o caso do emprego do sistema de amortizações constantes.

Tendo presente a lei de 1964, estudaremos também o caso em que venha a ser estipulada a data de contratação, época zero, como a data focal.

1. O SISTEMA DE CONTRATOS MÚLTIPLOS NO REGIME DE JUROS COMPOSTOS

Na eventualidade de adoção de regime de juros compostos, à taxa periódica i , regime este que não

depende de especificação de data focal, qualquer que seja o particular sistema de amortização que venha a ser estipulado, denotando-se pôr P_k o valor da k -ésima prestação, a construção de contratos múltiplos deve seguir a seguinte sequência de passos.

i. Desenvolver o plano de evolução do estado da dívida, em função do particular sistema de amortização;

ii. O valor do principal do k -ésimo subcontrato, denotado por F_k , deve ser igual ao valor atual, à taxa i , de P_k . Isto é:

$$F_k = P_k / (1+i)^k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

iii. A componente de amortização, A_k de cada um dos n subcontratos, é exatamente igual à F_k . Ou seja:

$$A_k = F_k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

iv. A componente de juros, J_k de cada um dos n subcontratos, é igual à diferença entre a prestação P_k e A_k . Ou seja:

$$J_k = P_k - A_k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

v. O valor da prestação que é estipulado no k -ésimo subcontrato, é exatamente igual a P_k , para $k = 1, 2, \dots, n$.

Sendo que os correspondentes n contratos múltiplos, como já anteriormente mencionado, foram estudados, para o caso de prestações constantes em De-Losso et al. em (2013), para o caso de amortizações constantes em de Faro (2022), e para o caso de amortizações crescentes em de Faro e Lachtermacher (2023a e 2023b).

2. CONTRATOS MÚLTIPLOS NO REGIME DE JUROS SIMPLES

Como também já anteriormente mencionado, dada à característica de não-cindibilidade do prazo no regime de juros simples, deve ser explicitamente considerada a particular data focal que venha a ser estipulada.

Em princípio, do mesmo modo que no caso do regime de juros compostos, embora agora a taxa de juros i seja de juros simples, deve-se seguir a

mesma sequência de passos já anteriormente apresentada.

A única diferença, e que é extremamente significativa, diz respeito ao item *i*. Pois que, agora, o valor do principal F_k do k -ésimo subcontrato não mais é, necessariamente, igual ao valor atual, à taxa periódica i de juros simples, da k -ésima prestação; denotada por P_k .

Ou seja, o valor do principal F_k , e dos demais itens, dependerá da particular data focal que venha a ser considerada.

Tendo em vista a legislação ainda vigente, começaremos a análise abordando o caso de data focal no início do contrato; data zero.

2.1 Caso de Data Focal na Época Zero

Em sendo especificada a data de celebração do contrato como a data focal, época zero, lembremos que a k -ésima prestação periódica, ora denotada como P_k , para $k=1,2,\dots,n$ e onde n é o número de prestações, deve ser satisfeita a seguinte equação de equivalência financeira:

$$F = \sum_{k=1}^n p_k / (1+i \times k) \quad (4)$$

onde F denota o valor do financiamento.

Conquanto a metodologia aqui proposta seja de caráter geral, iremos centrar atenção, nesta primeira parte, nos dois sistemas de amortização que, dado o observado na prática corrente, se afiguram como os mais relevantes. Quais sejam, respectivamente, o de prestações constantes e o de parcelas constantes de amortização. Adicionalmente, por ser uma combinação deles, iremos também abordar o caso do sistema de amortização mista.

Para tanto, meramente com caráter ilustrativo, iremos considerar o caso em que o valor F do financiamento é igual a 120.000,00 unidades de capital, o prazo do financiamento é fixado em 12 períodos, e a taxa i de juros simples é especificada como sendo de 1,0% por período. Exemplo este que será considerado em todos os casos que serão analisados.

Preliminarmente, observemos que iremos fazer uso da sistemática postulada em Forger (2009), que distingue componentes capitalizáveis e componentes não-capitalizáveis.

Ou seja, iremos seguir o apresentado em Lachtermacher e de Faro (2022), que descreve

uma metodologia geral para o caso de adoção do regime de juros simples.

2.1.1 O Caso de Prestações Constantes

Na Tabela 1, denotando por S_k o estado da dívida, ou saldo devedor, logo após o pagamento da prestação constante $p = pk = 10.638,80$ unidades de capital, obtida como solução da equação (4), e por J_k a k -ésima parcela de juros, apresenta-se a evolução do estado da dívida. Adicionalmente, apresenta-se também o comportamento da k -ésima parcela de amortização, A_k .

k	J_k	A_k	p_k	S_k
0	-		-	120.000,00
1	1.179,33	9.459,48	10.638,80	110.540,52
2	1.081,05	9.557,75	10.638,80	100.982,77
3	982,77	9.656,03	10.638,80	91.326,74
4	884,49	9.754,31	10.638,80	81.572,43
5	786,22	9.852,58	10.638,80	71.719,85
6	687,94	9.950,86	10.638,80	61.768,99
7	589,66	10.049,14	10.638,80	51.719,85
8	491,39	10.147,42	10.638,80	41.572,43
9	393,11	10.245,69	10.638,80	31.326,74
10	294,83	10.343,97	10.638,80	20.982,77
11	196,55	10.442,25	10.638,80	10.540,52
12	98,28	10.540,52	10.638,80	0,00
Σ	7.665,62	120.000,00	127.665,62	-

Tabela 1: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Prestação Constante Contrato Único - Data Focal na Época Zero

Por outro lado, caso sejam implementados os correspondentes contratos múltiplos, o primeiro passo é determinar o valor do k -ésimo principal, F_k .

Neste caso, onde a data focal é a época zero, o valor de F_k do mesmo modo que no caso do regime de juros compostos, será igual ao valor atual, agora à taxa i de juros simples, da k -ésima prestação. Ou seja, teremos:

$$F_k = p / (1+i \times k), \text{ para } k=1,2,\dots,n \quad (5)$$

O que implique em que se tenha:

$$J'_k = p \times \left\{ - / (+ i \times k) \right\} \quad (6)$$

Assim, tendo presente o nosso exemplo de caráter ilustrativo, onde $F=120.000,00$ unidades de capital, a taxa i de juros simples é igual a 1 %

por período, e o prazo, é igual a $n=12$ períodos, a Tabela 2 apresenta o valor da prestação constante, $p = 10.638,80$ unidades de capital, as sequências de parcelas de juros J_k e J'_k , bem como a sequência de diferenças $d_k = J_k - J'_k$ para $k = 1, 2, \dots, n$

k	p_k	$F_k = A_k$	J_k	J'_k	d_k
1	10.638,80	10.533,47	1.179,33	105,33	1.073,99
2	10.638,80	10.430,20	1.081,05	208,60	872,44
3	10.638,80	10.328,93	982,77	309,87	672,90
4	10.638,80	10.229,62	884,49	409,18	475,31
5	10.638,80	10.132,19	786,22	506,61	279,61
6	10.638,80	10.036,61	687,94	602,20	85,74
7	10.638,80	9.942,81	589,66	696,00	-106,33
8	10.638,80	9.850,74	491,39	788,06	-296,67
9	10.638,80	9.760,37	393,11	878,43	-485,32
10	10.638,80	9.671,64	294,83	967,16	-672,33
11	10.638,80	9.584,51	196,55	1.054,30	-857,74
12	10.638,80	9.498,93	98,28	1.139,87	-1.041,59
Σ	127.665,62	120.000,00	7.665,62	7.665,62	0,00

Tabela 2: Caso Prestações Constantes, Contratos Múltiplos - Data Focal na Época Zero

Não obstante, contabilmente, não se afigurem diferenças, pois que o total de juros é o mesmo nos dois casos, há que se levar devidamente em conta o ganho fiscal para a entidade de esteja provendo o financiamento.

Denotando pôr ρ a taxa periódica de juros que identifica o chamado custo de oportunidade para a instituição financeira, tem-se que o valor atual, denotado por $V_1(\rho)$ das parcelas de juros, no caso do contrato único, é igual a:

$$V_1(\rho) = \sum_{k=1}^n J_k \times (1+\rho)^{-k} \quad (7)$$

onde a taxa ρ é relativa ao mesmo período que a taxa i .

Ao passo que, no caso de múltiplos contratos, o correspondente valor atual, $V_2(\rho)$ será:

$$V_2(\rho) = \sum_{k=1}^n J'_k \times (1+\rho)^{-k} \quad (8)$$

Ocorre que, o que denominaremos de ganho fiscal percentual, definido como:

$$\delta = 100 \times \{V_1(\rho) / V_2(\rho) - 1\} \quad (9)$$

é sempre extremamente significativa. Como ilustrado nas Tabelas 3, 4 e 5, quando se identifica

como ρ_a o valor equivalente anual da taxa ρ , e os prazos de financiamento são expressos em termos anuais.

$i=1\%$ ao mês	$\rho_a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	7,6262	15,3942	23,2771	31,2494	39,2873	47,3687
10	14,9886	31,0182	47,8982	65,4285	83,4132	101,6706
15	22,1519	46,6546	72,8767	100,1569	127,8964	155,6110
20	29,1850	62,1455	97,3722	133,4309	169,2364	204,1086
25	36,1078	77,2767	120,6272	163,8433	205,5881	245,3177
30	42,9188	91,8408	142,1200	190,7724	236,6445	279,6172

Tabela 3: Ganhos Fiscais no Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época Zero

$i=2\%$ ao mês	$\rho_a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	7,1817	14,4513	21,7835	29,1548	36,5441	43,9321
10	13,7684	28,2432	43,2318	58,5473	74,0187	89,4981
15	20,0453	41,5815	63,9828	86,6735	109,1916	131,2090
20	26,1290	54,4427	83,5267	112,2550	139,9251	166,2039
25	32,0564	66,7057	101,4200	134,5940	165,5761	194,3068
30	37,8349	78,2486	117,4267	153,6106	186,5633	216,6636

Tabela 4: Ganhos Fiscais no Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época Zero

$i=3\%$ ao mês	$\rho_a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	6,8626	13,7765	20,7179	27,6652	34,5993	41,5030
10	12,9972	26,5032	40,3295	54,3017	68,2678	82,1030
15	18,8091	38,6419	58,8958	79,0583	98,7520	117,7361
20	24,4238	50,2183	76,0639	101,0232	124,5969	146,6205
25	29,8790	61,1453	91,5244	119,7950	145,6324	169,1861
30	35,1820	71,3330	105,1504	135,4822	162,4912	186,7500

Tabela 5: Ganhos Fiscais no Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época Zero

Como se depreende, os ganhos fiscais são sempre significativos. Embora decrescentes em função da taxa mensal i de juros simples.

2.1.2- O Caso de Amortizações Constantes

Ainda seguindo Forger (2009) e Lachtermacher e de Faro (2022), teremos as prestações, no caso do exemplo da seção 3.1, evoluindo segundo uma progressão aritmética, de valor inicial

$p_1 = 11.159,35$ unidades de capital, e razão igual a $-96,61$ unidades de capital.

Ou seja, no caso de um único contrato, a Tabela 6 apresenta a correspondente evolução do débito. Devendo-se notar que, como a parcela de amortização é constante, o saldo devedor decresce linearmente.

k	J_k	A_k	p_k	S_k
0	-		-	120.000,00
1	1.159,35	10.000,00	11.159,35	110.000,00
2	1.062,74	10.000,00	11.062,74	100.000,00
3	966,13	10.000,00	10.966,13	90.000,00
4	869,51	10.000,00	10.869,51	80.000,00
5	772,90	10.000,00	10.772,90	70.000,00
6	676,29	10.000,00	10.676,29	60.000,00
7	579,68	10.000,00	10.579,68	50.000,00
8	483,06	10.000,00	10.483,06	40.000,00
9	386,45	10.000,00	10.386,45	30.000,00
10	289,84	10.000,00	10.289,84	20.000,00
11	193,23	10.000,00	10.193,23	10.000,00
12	96,61	10.000,00	10.096,61	0,00
\sum	7.535,79	120.000,00	127.535,79	-

Tabela 6: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortização Constante Contrato Único - Data Focal na Época Zero

Por outro lado, no caso de contratos múltiplos, também teremos que o valor do principal do k -ésimo subcontrato, será igual ao valor atual, à taxa i de juros simples, da k -ésima prestação, da mesma forma que o caso das prestações constantes. Ou seja:

$$F_k = p_k / (1 + i \times k), \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Com a correspondente componente de juros, J'_k , sendo agora dado pela relação:

$$J'_k = p_k \left\{ 1 - 1 / (1 + i \times k) \right\}, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Deste modo, ainda considerando nosso exemplo de caráter ilustrativo, teremos o comportamento apresentado na Tabela 7.

k	p_k	$F_k = A_k$	J_k	J'_k	d_k
1	11.159,35	11.048,86	1.159,35	110,49	1.048,86
2	11.062,74	10.845,82	1.062,74	216,92	845,82
3	10.966,13	10.646,72	966,13	319,40	646,72
4	10.869,51	10.451,46	869,51	418,06	451,46
5	10.772,90	10.259,91	772,90	513,00	259,91
6	10.676,29	10.071,97	676,29	604,32	71,97
7	10.579,68	9.887,55	579,68	692,13	-112,45
8	10.483,06	9.706,54	483,06	776,52	-293,46
9	10.386,45	9.528,85	386,45	857,60	-471,15
10	10.289,84	9.354,40	289,84	935,44	-645,60
11	10.193,23	9.183,09	193,23	1.010,14	-816,91
12	10.096,61	9.014,83	96,61	1.081,78	-985,17
\sum	127.535,79	120.000,00	7.535,79	7.535,79	0,00

Tabela 7: Caso Amortizações Constantes, Contratos Múltiplos Data Focal na Época Zero

Como se depreende das Tabelas 8, 9 e 10, os ganhos fiscais continuam a ser extremamente significativos.

$i=1\%$ ao mês	$p_a(\%)$					
	Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%
5	6,9406	13,9511	21,0079	28,0897	35,1771	42,2530
10	12,6124	25,7559	39,2682	52,9979	66,8105	80,5926
15	17,3770	35,7323	54,6099	73,6175	92,4539	110,9110
20	21,4769	44,1958	67,2778	90,0806	112,2184	133,5060
25	25,0559	51,3787	77,6256	103,0167	127,2335	150,2221
30	28,2097	57,4769	86,0521	113,1885	138,7521	162,8518

Tabela 8: Ganhos Fiscais – Amortizações Constantes e Data Focal - Época Zero

$i=2\%$ ao mês	$p_a(\%)$					
	Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%
5	6,0665	12,1266	18,1627	24,1594	30,1038	35,9848
10	10,2954	20,7404	31,2173	41,6279	51,8947	61,9600
15	13,5477	27,2897	40,9374	54,2848	67,2032	79,6259
20	16,1830	32,4468	48,3122	63,5134	77,9472	91,6081
25	18,3820	36,5870	53,9823	70,3341	85,6390	99,9876
30	20,2520	39,9559	58,4040	75,4830	91,3246	106,1087

Tabela 9: Ganhos Fiscais – Amortizações Constantes e Data Focal - Época Zero

i=3% ao mês Prazo em anos	pa(%)					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	5,4434	10,8386	16,1728	21,4352	26,6173	31,7125
10	8,8550	17,6923	26,4265	34,9920	43,3425	51,4472
15	11,3558	22,6149	33,5860	44,1509	54,2513	63,8706
20	13,3218	26,3525	38,8032	50,5530	61,5887	71,9521
25	14,9274	29,2773	42,7086	55,1630	66,7153	77,4785
30	16,2705	31,6136	45,7001	58,5876	70,4518	81,4659

Tabela 10: Ganhos Fiscais – Amortizações Constantes e Data Focal - Época Zero

2.1.3 O Caso do Sistema de Amortização Mista

Conquanto não se afigure como de utilização frequente, é oportuno que também seja abordado o que se denominou de sistema de amortização mista (SAM).

Como se depreende de seu próprio nome, tal sistema é uma combinação do sistema de prestações constantes, com o sistema de amortizações constantes. Efetivamente, tudo se passa como metade do valor F do financiamento fosse contratada segundo o sistema de prestações constantes, com a outra metade como se fosse contratada de acordo com sistema de amortizações constantes.

Assim, no caso de um único contrato, a Tabela 11 apresenta a correspondente evolução do débito para o caso do exemplo da seção 3.1.1.

k	J_k	A_k	p_k	S_k
0	-		-	120.000,00
1	1.169,34	9.729,74	10.899,08	110.270,26
2	1.071,89	9.778,88	10.850,77	100.491,39
3	974,45	9.828,02	10.802,46	90.663,37
4	877,00	9.877,15	10.754,16	80.786,22
5	779,56	9.926,29	10.705,85	70.859,92
6	682,11	9.975,43	10.657,54	60.884,49
7	584,67	10.024,57	10.609,24	50.859,92
8	487,22	10.073,71	10.560,93	40.786,22
9	389,78	10.122,85	10.512,63	30.663,37
10	292,33	10.171,98	10.464,32	20.491,39
11	194,89	10.221,12	10.416,01	10.270,26
12	97,44	10.270,26	10.367,71	0,00
Σ	7.600,70	120.000,00	127.600,70	-

Tabela 11: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortização Mista Contrato Único - Data Focal na Época Zero

Por outro lado, no caso de contratos múltiplos, também teremos que o valor do principal do k -ésimo subcontrato, será igual ao valor atual, à taxa i de juros simples, da k -ésima prestação, da mesma forma que o caso das prestações constantes e amortizações constantes. Ou seja:

$$F_k = p_k / (1 + i \times k), \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Com a correspondente componente de juros, J'_k , sendo agora dado pela relação:

$$J'_k = p_k \{1 - 1 / (1 + i \times k)\}, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Deste modo, ainda considerando nosso exemplo de caráter ilustrativo, teremos a evolução apresentada na Tabela 12;

k	p_k	$F_k = A_k$	J_k	J'_k	d_k
1	10.899,08	10.791,16	1.169,34	107,91	1.061,43
2	10.850,77	10.638,01	1.071,89	212,76	859,13
3	10.802,46	10.487,83	974,45	314,63	659,81
4	10.754,16	10.340,54	877,00	413,62	463,38
5	10.705,85	10.196,05	779,56	509,80	269,76
6	10.657,54	10.054,29	682,11	603,26	78,86
7	10.609,24	9.915,18	584,67	694,06	-109,39
8	10.560,93	9.778,64	487,22	782,29	-295,07
9	10.512,63	9.644,61	389,78	868,01	-478,24
10	10.464,32	9.513,02	292,33	951,30	-658,97
11	10.416,01	9.383,80	194,89	1.032,22	-837,33
12	10.367,71	9.256,88	97,44	1.110,83	-1.013,38
Σ	127.600,70	120.000,00	7.600,70	7.600,70	0,00

Tabela 12: Caso Sistema de Amortização Mista, Contratos Múltiplos - Data Focal na Época Zero

Como se depreende das Tabelas 13, 14 e 15, os ganhos fiscais continuam a ser extremamente significativos.

i=1% ao mês Prazo em anos	pa(%)					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	7,2949	14,6947	22,1737	29,7085	37,2771	44,8599
10	13,8599	28,4921	43,7143	59,3462	75,2199	91,1871
15	19,9013	41,4042	63,9393	86,9692	110,0473	132,8408
20	25,5597	53,4535	82,4374	111,4842	139,9067	167,3291
25	30,9030	64,6067	98,9568	132,5021	164,5467	194,8947
30	35,9665	74,8369	113,4512	150,1924	184,6312	216,8797

Tabela 13: Ganhos Fiscais – Amortizações Mistas e Data Focal - Época Zero

Prazo em anos	pa(%)					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	6,6545	13,3465	20,0540	26,7572	33,4387	40,0832
10	12,1603	24,7146	37,4996	50,3683	63,1959	75,8819
15	17,0582	34,8307	52,8383	70,6940	88,1246	104,9617
20	21,5581	43,9423	66,1935	87,6805	108,0894	127,3287
25	25,7501	52,1405	77,6580	101,5779	123,7469	144,2870
30	29,6800	59,4822	87,3964	112,8542	136,0322	157,3060

Tabela 14: Ganhos Fiscais – Amortizações Mistas e Data Focal - Época Zero

Prazo em anos	pa(%)					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	6,2022	12,4000	18,5745	24,7091	30,7898	36,8046
10	11,1107	22,4142	33,7660	45,0444	56,1526	67,0185
15	15,4345	31,1544	46,7518	61,9313	76,5107	90,4006
20	19,3912	38,9276	57,8337	75,6827	92,3291	107,7960
25	23,0680	45,8505	67,1948	86,7102	104,4600	120,6774
30	26,5075	51,9954	75,0408	95,5170	113,8182	130,3972

Tabela 15: Ganhos Fiscais – Amortizações Mistas e Data Focal - Época Zero

Por conseguinte, pode-se concluir que, também no caso em que seja adotado o sistema de amortização mista (SAM), a entidade financiadora irá auferir significativos ganhos fiscais, se um contrato individual for substituído por n subcontratos.

2.2 Caso da Data Focal no Final do Contrato

Em sendo adotada como data focal a do pagamento da última prestação periódica, época n , denotando-se pôr \bar{p}_k a k -ésima prestação, a correspondente equação de equivalência financeira escreve-se como:

$$F \times (1+i \times n) = \sum_{k=1}^n \bar{p}_k \times \{1+i \times (n-k)\} \quad (12)$$

Devendo-se notar que a especificação da data focal no final do prazo contratual, gerou o chamado “Método de Gauss”, conforme Nogueira (2013), que é referente ao caso de prestações constantes, e sua extensão, como sugerido por Rovina (2009), para o caso de prestações em progressão aritmética.

Sendo que, no caso de implementação de contratos múltiplos, o principal do k -ésimo

contrato, agora denotado como \bar{F}_k será tal que se tenha:

$$\bar{F}_k = \bar{p}_k \times \{1+i \times (n-k)\} / (1+i \times n) \quad , \text{ para } k=1,2,\dots,n \quad (13)$$

Com tal procedimento, assegura-se que a soma dos principais dos n subcontratos seja exatamente igual ao valor F especificado no caso de contrato único, com data focal ao final do financiamento, em todos os sistemas de amortização aqui estudados.

2.2.1 O Caso de Prestações Constantes

Considerando ainda o exemplo da seção 3.1.1, temos a evolução apresentada a seguir.

k	\bar{J}_k	\bar{A}_k	\bar{p}_k	\bar{S}_k
0				120.000,00
1	1.137,44	9.478,67	10.616,11	110.521,33
2	1.042,65	9.573,46	10.616,11	100.947,87
3	947,87	9.668,25	10.616,11	91.279,62
4	853,08	9.763,03	10.616,11	81.516,59
5	758,29	9.857,82	10.616,11	71.658,77
6	663,51	9.952,61	10.616,11	61.706,16
7	568,72	10.047,39	10.616,11	51.658,77
8	473,93	10.142,18	10.616,11	41.516,59
9	379,15	10.236,97	10.616,11	31.279,62
10	284,36	10.331,75	10.616,11	20.947,87
11	189,57	10.426,54	10.616,11	10.521,33
12	94,79	10.521,33	10.616,11	0,00
Σ	7.393,36	120.000,00	127.393,36	

Tabela 16: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Prestação Constante Contrato Único - Data Focal na Final do Financiamento

k	\bar{p}_k	$\bar{F}_k = \bar{A}_k$	\bar{J}_k	\bar{J}'_k	\bar{d}_k
1	10.616,11	10.521,33	1.137,44	94,79	1.042,65
2	10.616,11	10.426,54	1.042,65	189,57	853,08
3	10.616,11	10.331,75	947,87	284,36	663,51
4	10.616,11	10.236,97	853,08	379,15	473,93
5	10.616,11	10.142,18	758,29	473,93	284,36
6	10.616,11	10.047,39	663,51	568,72	94,79
7	10.616,11	9.952,61	568,72	663,51	-94,79
8	10.616,11	9.857,82	473,93	758,29	-284,36
9	10.616,11	9.763,03	379,15	853,08	-473,93
10	10.616,11	9.668,25	284,36	947,87	-663,51
11	10.616,11	9.573,46	189,57	1.042,65	-853,08
12	10.616,11	9.478,67	94,79	1.137,44	-1.042,65
Σ	127.393,36	120.000,00	7.393,36	7.393,36	0,00

Tabela 17: Caso Prestações Constantes, Contratos Múltiplos Data Focal no Final do Financiamento

$i=1\%$ ao mês	$\rho a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	8,3206	16,8744	25,6332	34,5691	43,6552	52,8660
10	17,4672	36,7401	57,6683	80,0576	103,6862	128,3192
15	27,3318	59,4887	96,0380	136,2741	179,3400	224,3538
20	37,9374	85,1995	140,6702	202,3963	268,1493	335,9098
25	49,3026	113,8649	191,0998	276,7112	366,4184	457,0043
30	61,4403	145,3882	246,5568	357,1327	470,6001	583,0412

Tabela 18: Ganhos Fiscais – Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época n

$i=2\%$ ao mês	$\rho a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	8,3206	16,8744	25,6332	34,5691	43,6552	52,8660
10	17,4672	36,7401	57,6683	80,0576	103,6862	128,3192
15	27,3318	59,4887	96,0380	136,2741	179,3400	224,3538
20	37,9374	85,1995	140,6702	202,3963	268,1493	335,9098
25	49,3026	113,8649	191,0998	276,7112	366,4184	457,0043
30	61,4403	145,3882	246,5568	357,1327	470,6001	583,0412

Tabela 19: Ganhos Fiscais – Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época n

$i=3\%$ ao mês	$\rho a(\%)$			
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%
5	8,320578	16,87441	25,63316	34,5690
10	17,46722	36,74014	57,66827	80,0576
15	27,33177	59,48866	96,03804	136,274
20	37,93743	85,19945	140,6702	202,396
25	49,3026	113,8649	191,0998	276,711
30	61,44034	145,3882	246,5568	357,132

Tabela 20: Ganhos Fiscais – Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época n

Neste caso, em especial, os ganhos fiscais independem da taxa do contrato. Aos interessados na demonstração desta independência sugerimos ver a demonstração em de Faro e Lachtermacher (2023c).

2.2.2- O Caso de Amortizações Constantes

Sendo que, ainda considerando o exemplo da seção 3.1.1, teremos o apresentado nas Tabelas a seguir.

k	\bar{J}_k	\bar{A}_k	\bar{p}_k	\bar{S}_k
0				120.000,00
1	1.118,01	10.000,00	11.118,01	110.000,00
2	1.024,84	10.000,00	11.024,84	100.000,00
3	931,68	10.000,00	10.931,68	90.000,00
4	838,51	10.000,00	10.838,51	80.000,00
5	745,34	10.000,00	10.745,34	70.000,00
6	652,17	10.000,00	10.652,17	60.000,00
7	559,01	10.000,00	10.559,01	50.000,00
8	465,84	10.000,00	10.465,84	40.000,00
9	372,67	10.000,00	10.372,67	30.000,00
10	279,50	10.000,00	10.279,50	20.000,00
11	186,34	10.000,00	10.186,34	10.000,00
12	93,17	10.000,00	10.093,17	0,00
Σ	7.267,08	120.000,00	127.267,08	

Tabela 21: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortizações Constantes Contrato Único - Data Focal no Final do Financiamento

k	\bar{p}	$\bar{F}_k = \bar{A}_k$	\bar{J}_k	\bar{J}'_k	\bar{d}_k
1	11.118,01	11.018,74	1.118,01	99,27	1.018,74
2	11.024,84	10.827,97	1.024,84	196,87	827,97
3	10.931,68	10.638,86	931,68	292,81	638,86
4	10.838,51	10.451,42	838,51	387,09	451,42
5	10.745,34	10.265,64	745,34	479,70	265,64
6	10.652,17	10.081,52	652,17	570,65	81,52
7	10.559,01	9.899,07	559,01	659,94	-100,93
8	10.465,84	9.718,28	465,84	747,56	-281,72
9	10.372,67	9.539,15	372,67	833,52	-460,85
10	10.279,50	9.361,69	279,50	917,81	-638,31
11	10.186,34	9.185,89	186,34	1.000,44	-814,11
12	10.093,17	9.011,76	93,17	1.081,41	-988,24
Σ	127.267,08	120.000,00	7.267,08	7.267,08	0,00

Tabela 22: Caso Amortizações Constantes, Contratos Múltiplos Data Focal no Final do Financiamento

$i=1\%$ ao mês	$\rho a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	7,7552	15,6718	23,7228	31,8826	40,1269	48,4330
10	15,6890	32,6551	50,7238	69,7007	89,3852	109,5827
15	23,9269	51,1075	80,9942	112,9219	146,2102	180,2417
20	32,5457	71,0942	114,3113	160,5803	208,3928	256,5663
25	41,5726	92,5563	150,2096	211,4310	273,7177	335,4564
30	51,0157	115,3712	188,1381	264,3247	340,5672	415,1392

Tabela 23: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Constantes e Data Focal na Época n

$i=2\%$ ao mês	$\rho a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	7,5001	15,1333	22,8736	30,6966	38,5797	46,5019
10	15,1762	31,4996	48,7962	66,8775	85,5535	104,6434
15	23,2107	49,4007	78,0243	108,4433	140,0218	172,1943
20	31,6584	68,8766	110,3394	154,5123	199,9972	245,7168
25	40,5332	89,8540	145,2875	203,9075	263,3997	322,2919
30	49,8357	112,2056	182,3341	255,5224	328,6544	400,1461

Tabela 24: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Constantes e Data Focal na Época n

$i=3\%$ ao mês	$\rho a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	7,3549	14,8278	22,3935	30,0285	37,7109	45,4208
10	14,9325	30,9541	47,8916	65,5602	83,7753	102,3625
15	22,8999	48,6661	76,7554	106,5426	137,4111	168,8170
20	31,2939	67,9739	108,7353	152,0784	196,6487	241,4095
25	40,1217	88,7941	143,3724	200,9989	259,4303	317,2464
30	49,3808	110,9966	180,1344	252,2051	324,1831	394,5351

Tabela 25: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Constantes e Data Focal na Época n

2.2.3 O Caso de Amortização Mista

Similarmente, ainda considerando o exemplo da seção 3.1.1, teremos os resultados apresentados a seguir.

k	\bar{J}_k	\bar{A}_k	\bar{p}_k	\bar{S}_k
0				120.000,00
1	1.127,73	9.739,34	10.867,06	110.260,66
2	1.033,75	9.786,73	10.820,48	100.473,93
3	939,77	9.834,12	10.773,90	90.639,81
4	845,79	9.881,52	10.727,31	80.758,29
5	751,82	9.928,91	10.680,73	70.829,38
6	657,84	9.976,30	10.634,14	60.853,08
7	563,86	10.023,70	10.587,56	50.829,38
8	469,89	10.071,09	10.540,98	40.758,29
9	375,91	10.118,48	10.494,39	30.639,81
10	281,93	10.165,88	10.447,81	20.473,93
11	187,95	10.213,27	10.401,22	10.260,66
12	93,98	10.260,66	10.354,64	0,00
Σ	7.330,22	120.000,00	127.330,22	

Tabela 26: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortizações Mistas Contrato Único - Data Focal na Final do Financiamento

k	\bar{p}_k	$\bar{F}_k = \bar{A}_k$	\bar{J}_k	\bar{J}'_k	\bar{d}_k
1	10.867,06	10.770,04	1.127,73	97,03	1.030,70
2	10.820,48	10.627,26	1.033,75	193,22	840,53
3	10.773,90	10.485,31	939,77	288,59	651,19
4	10.727,31	10.344,19	845,79	383,12	462,68
5	10.680,73	10.203,91	751,82	476,82	275,00
6	10.634,14	10.064,46	657,84	569,69	88,15
7	10.587,56	9.925,84	563,86	661,72	-97,86
8	10.540,98	9.788,05	469,89	752,93	-283,04
9	10.494,39	9.651,09	375,91	843,30	-467,39
10	10.447,81	9.514,97	281,93	932,84	-650,91
11	10.401,22	9.379,68	187,95	1.021,55	-833,59
12	10.354,64	9.245,21	93,98	1.109,43	-1.015,45
Σ	127.330,22	120.000,00	7.330,22	7.330,22	0,00

Tabela 27: Caso Amortizações Mistas, Contratos Múltiplos Data Focal no Final do Financiamento

$i=1\%$ ao mês	$\rho a(\%)$					
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	8,0475	16,2920	24,7056	33,2614	41,9337	50,6980
10	16,6234	34,7863	54,3212	75,0292	96,6945	119,0988
15	25,7306	55,4912	88,7656	124,8440	162,9404	202,2980
20	35,4124	78,4553	127,8252	181,6758	238,1164	295,5607
25	45,6864	103,6213	170,9688	243,9372	319,1531	394,2838
30	56,5591	130,8561	217,4844	309,9643	403,4829	495,3930

Tabela 28: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Mistas e Data Focal na Época n

$i=2\%$ ao mês	$\rho a(\%)$			
Prazo em anos	5%	10%	15%	20%
5	7,9327	16,0480	24,3185	32,7174
10	16,4056	34,2866	53,4728	73,7654
15	25,4366	54,7682	87,4695	122,8350
20	35,0555	77,5223	126,0836	178,9174
25	45,2732	102,4825	168,7861	240,4590
30	56,0928	129,5131	214,8745	305,8264

Tabela 29: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Mistas e Data Focal na Época n

Prazo em anos	pa(%)					
	5%	10%	15%	20%	25%	30%
5	7,8706	15,9164	24,1098	32,4247	40,8362	49,3210
10	16,3085	34,0643	53,0963	73,2061	94,1822	115,8140
15	25,3170	54,4748	86,9451	122,0245	158,9498	196,9967
20	34,9175	77,1628	125,4149	177,8614	232,6791	288,3587
25	45,1186	102,0579	167,9752	239,1704	312,4020	385,4533
30	55,9222	129,0235	213,9261	304,3274	395,6063	485,2461

Tabela 30: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Mistas e Data Focal na Época n

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Da mesma forma que no caso do regime de juros compostos, onde a substituição de um único contrato por múltiplos contratos, um para cada prestação, acarreta ganhos fiscais para a instituição financiadora, também temos o mesmo efeito no caso de adoção do regime de juros simples.

Entretanto, face à característica de não-cindibilidade de prazo, que se verifica no regime de juros simples, há que se considerar o efeito da seleção da particular data focal. Distintas datas focais acarretam o emprego de distintas sistemáticas.

Nesta primeira parte da análise, focou-se atenção nos sistemas de prestação constante, de amortização constante e amortização mista. Que são os mais frequentes em financiamentos habitacionais.

Evidenciou-se que as datas focais a época zero, que é a da celebração do contrato, e a época do pagamento da última prestação, implicam no emprego de diferentes procedimentos. No entanto, ambas propiciam significativos ganhos fiscais para os financiadores.

Devendo-se frisar que, em ambas as situações, não há perda para os mutuários.

REFERÊNCIAS

- Antonik, L. R. and Assunção, M. S, "Tabela Price e Anatocismo", **Revista de Administração da Unimep**, V. 4, N. 1, p. 120-136, 2006.
- de Faro, C., "The Constant Amortization Scheme with Multiple Contracts", **Revista Brasileira de**

Economia, V. 76, N. 2, p. 135-146, 2022.

- De-Losso, R., Giovannetti, B. and Rangel, A., "Sistema de Amortização por Múltiplos Contratos", **Economic Analyses of Law Review**, V. 4, N. 1, p. 160-180, 2013.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., **Introdução à Matemática Financeira**, Rio/São Paulo, FGV/ Saraiva, 2012.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "Sistema de Prestação Constante no Regime de Juros Simples: duas versões financeiramente consistentes", **Estudos e Negócios Academicos**, V. 3, N. 5, p. 13-23, 2023.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "Consistência Financeira no Regime de Juros Simples", **Ensaio Econômicos da EPEGE**, N. 834, 2023.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "A Multiple Contracts Version of the SACRE", **London Journal of Research in Management Business**, V. 23, I. 6, C. 10, p. 15-27, 2023a.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "An Alternative Multiple Contracts Version of SACRE", **Journal of Economics and Management Sciences**, V. 6, N. 2, p. 19-27, 2023b.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "Multiple Contracts with Simple Interest: The Case of Constant Payments", submetido *International Journal of Management and Economics Invention* (ISSN: 2395-7220), 2023c.

- Forger, F., **Saldo Capitalizável e Saldo Não Capitalizável: Novos Algoritmos para o Regime de Juros Simples**, Departamento de Matemática Aplicada, Universidade de São Paulo, 2009.

- Lachtermacher, G. and de Faro, C., "Sistemas de Amortização no Regime de Juros Simples: uma Metodologia Geral", **Ensaio Econômicos da EPEGE**, N. 835, 2022.

- Nogueira, J., **Tabela Price: Mitos e Paradigmas**, 3ª Ed., Millenium, 2013.

- Rovina, E., **Uma Nova Visão da Matemática Financeira: para Laudos Periciais e Contratos de Amortização**, Millenium, 2009.