

UMA METODOLOGIA GERAL PARA CONTRATOS MÚLTIPLOS NO REGIME DE JUROS SIMPLES: PRESTAÇÃO CONSTANTE, AMORTIZAÇÃO CONSTANTE E AMORTIZAÇÕES MISTAS

GERSON LACHTERMACHER¹
CLOVIS DE FARO²

RESUMO

Recentemente muitos pareceres jurídicos têm determinado a troca de sistemas de amortização tradicionais, como Tabela Price e Sistemas de Amortização Constantes, pelos correspondentes sistemas de prestação constantes – Método de Gauss e sistemas de amortização constantes com capitalização de juros simples. Alguns autores têm sugerido metodologias para este fim, Forger (2009 e 2010), e de Faro & Lachtermacher (2022 e 2023). Por outro lado, autores estudaram recentemente os possíveis ganhos fiscais advindos da utilização de múltiplos contratos, em substituição da utilização de um único contrato; em diversos sistemas de amortização. Entre eles, De-Losso et al. (2013) para sistemas de prestações constantes, de Faro (2022) para o sistema de amortização constante, de Faro & Lachtermacher (2023a e 2023b) para duas variantes do sistema de amortizações crescentes. Todos estes estudos consideraram o regime de juros compostos, evidenciando ganhos fiscais da opção de múltiplos contratos. Neste trabalho, apresentamos uma metodologia geral a ser aplicada a sistemas de amortização em regime de juros simples, para a obtenção de múltiplos contratos.

Palavras-chave: sistemas de amortização; sistema de múltiplos contratos em juros simples

ABSTRACT

Recently, many legal opinions have determined the substitution of traditional amortization system such as Table Price and Constant Amortization System, by the corresponding constant installment system - Gauss Method and constant amortization system with capitalization of simple interest. Some authors have suggested methodologies for this purpose, Forger (2009 and 2010), Faro & Lachtermacher (2022 and 2023). Many authors have recently studied the possible tax gains by using multiple contracts instead of a single contract in different amortization systems, including De-Losso et al. (2013) for constant installment system, De Faro (2022) for constant amortization system, de Faro & Lachtermacher (2023a and 2023b) for two variants of the increasing amortization system. All these studies considered compound interest, showing fiscal gains when a single contract is substituted by multiple contracts. In this work we present a general methodology to be applied to all amortization systems in simple interest system to obtain the corresponding multiple contracts.

Keywords: amortization systems; system of multiple contracts in simple interest.

1 Ph.D. em Management Sciences, Professor Aposentado da FCE/UERJ e pesquisador da Strong Business School, glachter@gmail.com

2 Ph.D. em Engenharia Industrial, Professor Aposentado da EPGE/FGV, cfaro@fgv.br

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Recentemente, diversos autores, como De-Losso et al. (2013) para o caso do sistema de prestações constantes, de Faro (2022) para o caso de adoção do sistema de amortizações constantes, e de Faro e Lachtermacher (2023a e 2023b) para o caso de implementação do que se denominou de sistemas de amortizações crescentes, evidenciaram como as instituições financeiras podem auferir substanciais ganhos fiscais se um contrato único for substituído por n subcontratos. Um para cada uma das n prestações do contrato único.

Entretanto, em todos os casos acima considerados, sempre estava subjacente que os contratos em questão eram regidos de acordo com o regime de juros compostos.

Ocorre que, ainda nos dias de hoje, com fulcro no entendimento que tais contratos impliquem na ocorrência de que se denomina de anatocismo, cobrança de juros sobre juros, diversos tribunais têm estipulado que sejam substituídos com base no regime de juros simples; cf. Jusbrasil (2023).

Todavia, como o regime de juros simples não goza da propriedade dita de cindibilidade do prazo de aplicação, cf. de Faro e Lachtermacher (2012, p.32), é necessário que se especifique o que se denomina de data focal; cf. Ayres (1963).

De uma maneira geral, contrariando legislação promulgada em 1964, como evidenciado em De-Losso et al. (2020) e que se afigura como nunca revogada, o que se apresenta como sendo a totalidade das sentenças judiciais, tem sido estipulado, embora implicitamente, a adoção do final do contrato como a data focal. Gerando o que tem sido denominado de "Método de Gauss", cf. Nogueira (2013), para o caso do sistema de prestações constantes, ou de sua variante, cf. Rovina (2009), para o caso do emprego do sistema de amortizações constantes.

Tendo presente a lei de 1964, estudaremos também o caso em que venha a ser estipulada a data de contratação, época zero, como a data focal.

1. O SISTEMA DE CONTRATOS MÚLTIPLOS NO REGIME DE JUROS COMPOSTOS

Na eventualidade de adoção de regime de juros compostos, à taxa periódica i , regime este que não

depende de especificação de data focal, qualquer que seja o particular sistema de amortização que venha a ser estipulado, denotando-se pôr P_k o valor da k -ésima prestação, a construção de contratos múltiplos deve seguir a seguinte sequência de passos.

i. Desenvolver o plano de evolução do estado da dívida, em função do particular sistema de amortização;

ii. O valor do principal do k -ésimo subcontrato, denotado por F_k , deve ser igual ao valor atual, à taxa i , de P_k . Isto é:

$$F_k = P_k / (1+i)^k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

iii. A componente de amortização, A_k de cada um dos n subcontratos, é exatamente igual à F_k . Ou seja:

$$A_k = F_k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

iv. A componente de juros, J_k de cada um dos n subcontratos, é igual à diferença entre a prestação P_k e A_k . Ou seja:

$$J_k = P_k - A_k, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

v. O valor da prestação que é estipulado no k -ésimo subcontrato, é exatamente igual a P_k , para $k = 1, 2, \dots, n$.

Sendo que os correspondentes n contratos múltiplos, como já anteriormente mencionado, foram estudados, para o caso de prestações constantes em De-Losso et al. em (2013), para o caso de amortizações constantes em de Faro (2022), e para o caso de amortizações crescentes em de Faro e Lachtermacher (2023a e 2023b).

2. CONTRATOS MÚLTIPLOS NO REGIME DE JUROS SIMPLES

Como também já anteriormente mencionado, dada à característica de não-cindibilidade do prazo no regime de juros simples, deve ser explicitamente considerada a particular data focal que venha a ser estipulada.

Em princípio, do mesmo modo que no caso do regime de juros compostos, embora agora a taxa de juros i seja de juros simples, deve-se seguir a

mesma sequência de passos já anteriormente apresentada.

A única diferença, e que é extremamente significativa, diz respeito ao item *i*. Pois que, agora, o valor do principal F_k do *k*-ésimo subcontrato não mais é, necessariamente, igual ao valor atual, à taxa periódica *i* de juros simples, da *k*-ésima prestação; denotada por P_k .

Ou seja, o valor do principal F_k , e dos demais itens, dependerá da particular data focal que venha a ser considerada.

Tendo em vista a legislação ainda vigente, começaremos a análise abordando o caso de data focal no início do contrato; data zero.

2.1 Caso de Data Focal na Época Zero

Em sendo especificada a data de celebração do contrato como a data focal, época zero, lembremos que a *k*-ésima prestação periódica, ora denotada como P_k , para $k=1,2,\dots,n$ e onde *n* é o número de prestações, deve ser satisfeita a seguinte equação de equivalência financeira:

$$F = \sum_{k=1}^n p_k / (1+i \times k) \quad (4)$$

onde *F* denota o valor do financiamento.

Conquanto a metodologia aqui proposta seja de caráter geral, iremos centrar atenção, nesta primeira parte, nos dois sistemas de amortização que, dado o observado na prática corrente, se afiguram como os mais relevantes. Quais sejam, respectivamente, o de prestações constantes e o de parcelas constantes de amortização. Adicionalmente, por ser uma combinação deles, iremos também abordar o caso do sistema de amortização mista.

Para tanto, meramente com caráter ilustrativo, iremos considerar o caso em que o valor *F* do financiamento é igual a 120.000,00 unidades de capital, o prazo do financiamento é fixado em 12 períodos, e a taxa *i* de juros simples é especificada como sendo de 1,0% por período. Exemplo este que será considerado em todos os casos que serão analisados.

Preliminarmente, observemos que iremos fazer uso da sistemática postulada em Forger (2009), que distingue componentes capitalizáveis e componentes não-capitalizáveis.

Ou seja, iremos seguir o apresentado em Lachtermacher e de Faro (2022), que descreve

uma metodologia geral para o caso de adoção do regime de juros simples.

2.1.1 O Caso de Prestações Constantes

Na Tabela 1, denotando por S_k o estado da dívida, ou saldo devedor, logo após o pagamento da prestação constante $p = pk = 10.638,80$ unidades de capital, obtida como solução da equação (4), e por J_k a *k*-ésima parcela de juros, apresenta-se a evolução do estado da dívida. Adicionalmente, apresenta-se também o comportamento da *k*-ésima parcela de amortização, A_k .

| <i>k</i> | J_k | A_k | p_k | S_k |
|----------|----------|------------|------------|------------|
| 0 | - | | - | 120.000,00 |
| 1 | 1.179,33 | 9.459,48 | 10.638,80 | 110.540,52 |
| 2 | 1.081,05 | 9.557,75 | 10.638,80 | 100.982,77 |
| 3 | 982,77 | 9.656,03 | 10.638,80 | 91.326,74 |
| 4 | 884,49 | 9.754,31 | 10.638,80 | 81.572,43 |
| 5 | 786,22 | 9.852,58 | 10.638,80 | 71.719,85 |
| 6 | 687,94 | 9.950,86 | 10.638,80 | 61.768,99 |
| 7 | 589,66 | 10.049,14 | 10.638,80 | 51.719,85 |
| 8 | 491,39 | 10.147,42 | 10.638,80 | 41.572,43 |
| 9 | 393,11 | 10.245,69 | 10.638,80 | 31.326,74 |
| 10 | 294,83 | 10.343,97 | 10.638,80 | 20.982,77 |
| 11 | 196,55 | 10.442,25 | 10.638,80 | 10.540,52 |
| 12 | 98,28 | 10.540,52 | 10.638,80 | 0,00 |
| Σ | 7.665,62 | 120.000,00 | 127.665,62 | - |

Tabela 1: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Prestação Constante Contrato Único - Data Focal na Época Zero

Por outro lado, caso sejam implementados os correspondentes contratos múltiplos, o primeiro passo é determinar o valor do *k*-ésimo principal, F_k .

Neste caso, onde a data focal é a época zero, o valor de F_k do mesmo modo que no caso do regime de juros compostos, será igual ao valor atual, agora à taxa *i* de juros simples, da *k*-ésima prestação. Ou seja, teremos:

$$F_k = p / (1+i \times k), \text{ para } k=1,2,\dots,n \quad (5)$$

O que implique em que se tenha:

$$J'_k = p \times \left\{ - / (+ i \times k) \right\} \quad (6)$$

Assim, tendo presente o nosso exemplo de caráter ilustrativo, onde $F=120.000,00$ unidades de capital, a taxa *i* de juros simples é igual a 1 %

por período, e o prazo, é igual a $n=12$ períodos, a Tabela 2 apresenta o valor da prestação constante, $p = 10.638,80$ unidades de capital, as sequências de parcelas de juros J_k e J'_k , bem como a sequência de diferenças $d_k = J_k - J'_k$ para $k = 1, 2, \dots, n$

| k | p_k | $F_k = A_k$ | J_k | J'_k | d_k |
|----------|------------|-------------|----------|----------|-----------|
| 1 | 10.638,80 | 10.533,47 | 1.179,33 | 105,33 | 1.073,99 |
| 2 | 10.638,80 | 10.430,20 | 1.081,05 | 208,60 | 872,44 |
| 3 | 10.638,80 | 10.328,93 | 982,77 | 309,87 | 672,90 |
| 4 | 10.638,80 | 10.229,62 | 884,49 | 409,18 | 475,31 |
| 5 | 10.638,80 | 10.132,19 | 786,22 | 506,61 | 279,61 |
| 6 | 10.638,80 | 10.036,61 | 687,94 | 602,20 | 85,74 |
| 7 | 10.638,80 | 9.942,81 | 589,66 | 696,00 | -106,33 |
| 8 | 10.638,80 | 9.850,74 | 491,39 | 788,06 | -296,67 |
| 9 | 10.638,80 | 9.760,37 | 393,11 | 878,43 | -485,32 |
| 10 | 10.638,80 | 9.671,64 | 294,83 | 967,16 | -672,33 |
| 11 | 10.638,80 | 9.584,51 | 196,55 | 1.054,30 | -857,74 |
| 12 | 10.638,80 | 9.498,93 | 98,28 | 1.139,87 | -1.041,59 |
| Σ | 127.665,62 | 120.000,00 | 7.665,62 | 7.665,62 | 0,00 |

Tabela 2: Caso Prestações Constantes, Contratos Múltiplos - Data Focal na Época Zero

Não obstante, contabilmente, não se afigurem diferenças, pois que o total de juros é o mesmo nos dois casos, há que se levar devidamente em conta o ganho fiscal para a entidade de esteja provendo o financiamento.

Denotando pôr ρ a taxa periódica de juros que identifica o chamado custo de oportunidade para a instituição financeira, tem-se que o valor atual, denotado por $V_1(\rho)$ das parcelas de juros, no caso do contrato único, é igual a:

$$V_1(\rho) = \sum_{k=1}^n J_k \times (1+\rho)^{-k} \quad (7)$$

onde a taxa ρ é relativa ao mesmo período que a taxa i .

Ao passo que, no caso de múltiplos contratos, o correspondente valor atual, $V_2(\rho)$ será:

$$V_2(\rho) = \sum_{k=1}^n J'_k \times (1+\rho)^{-k} \quad (8)$$

Ocorre que, o que denominaremos de ganho fiscal percentual, definido como:

$$\delta = 100 \times \{V_1(\rho) / V_2(\rho) - 1\} \quad (9)$$

é sempre extremamente significativa. Como ilustrado nas Tabelas 3, 4 e 5, quando se identifica

como ρ_a o valor equivalente anual da taxa ρ , e os prazos de financiamento são expressos em termos anuais.

| $i=1\%$ ao mês | $\rho_a(\%)$ | | | | | |
|----------------|--------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 7,6262 | 15,3942 | 23,2771 | 31,2494 | 39,2873 | 47,3687 |
| 10 | 14,9886 | 31,0182 | 47,8982 | 65,4285 | 83,4132 | 101,6706 |
| 15 | 22,1519 | 46,6546 | 72,8767 | 100,1569 | 127,8964 | 155,6110 |
| 20 | 29,1850 | 62,1455 | 97,3722 | 133,4309 | 169,2364 | 204,1086 |
| 25 | 36,1078 | 77,2767 | 120,6272 | 163,8433 | 205,5881 | 245,3177 |
| 30 | 42,9188 | 91,8408 | 142,1200 | 190,7724 | 236,6445 | 279,6172 |

Tabela 3: Ganhos Fiscais no Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época Zero

| $i=2\%$ ao mês | $\rho_a(\%)$ | | | | | |
|----------------|--------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 7,1817 | 14,4513 | 21,7835 | 29,1548 | 36,5441 | 43,9321 |
| 10 | 13,7684 | 28,2432 | 43,2318 | 58,5473 | 74,0187 | 89,4981 |
| 15 | 20,0453 | 41,5815 | 63,9828 | 86,6735 | 109,1916 | 131,2090 |
| 20 | 26,1290 | 54,4427 | 83,5267 | 112,2550 | 139,9251 | 166,2039 |
| 25 | 32,0564 | 66,7057 | 101,4200 | 134,5940 | 165,5761 | 194,3068 |
| 30 | 37,8349 | 78,2486 | 117,4267 | 153,6106 | 186,5633 | 216,6636 |

Tabela 4: Ganhos Fiscais no Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época Zero

| $i=3\%$ ao mês | $\rho_a(\%)$ | | | | | |
|----------------|--------------|---------|----------|----------|----------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 6,8626 | 13,7765 | 20,7179 | 27,6652 | 34,5993 | 41,5030 |
| 10 | 12,9972 | 26,5032 | 40,3295 | 54,3017 | 68,2678 | 82,1030 |
| 15 | 18,8091 | 38,6419 | 58,8958 | 79,0583 | 98,7520 | 117,7361 |
| 20 | 24,4238 | 50,2183 | 76,0639 | 101,0232 | 124,5969 | 146,6205 |
| 25 | 29,8790 | 61,1453 | 91,5244 | 119,7950 | 145,6324 | 169,1861 |
| 30 | 35,1820 | 71,3330 | 105,1504 | 135,4822 | 162,4912 | 186,7500 |

Tabela 5: Ganhos Fiscais no Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época Zero

Como se depreende, os ganhos fiscais são sempre significativos. Embora decrescentes em função da taxa mensal i de juros simples.

2.1.2- O Caso de Amortizações Constantes

Ainda seguindo Forger (2009) e Lachtermacher e de Faro (2022), teremos as prestações, no caso do exemplo da seção 3.1, evoluindo segundo uma progressão aritmética, de valor inicial

$p_1 = 11.159,35$ unidades de capital, e razão igual a $-96,61$ unidades de capital.

Ou seja, no caso de um único contrato, a Tabela 6 apresenta a correspondente evolução do débito. Devendo-se notar que, como a parcela de amortização é constante, o saldo devedor decresce linearmente.

| k | J_k | A_k | p_k | S_k |
|----------|----------|------------|------------|------------|
| 0 | - | | - | 120.000,00 |
| 1 | 1.159,35 | 10.000,00 | 11.159,35 | 110.000,00 |
| 2 | 1.062,74 | 10.000,00 | 11.062,74 | 100.000,00 |
| 3 | 966,13 | 10.000,00 | 10.966,13 | 90.000,00 |
| 4 | 869,51 | 10.000,00 | 10.869,51 | 80.000,00 |
| 5 | 772,90 | 10.000,00 | 10.772,90 | 70.000,00 |
| 6 | 676,29 | 10.000,00 | 10.676,29 | 60.000,00 |
| 7 | 579,68 | 10.000,00 | 10.579,68 | 50.000,00 |
| 8 | 483,06 | 10.000,00 | 10.483,06 | 40.000,00 |
| 9 | 386,45 | 10.000,00 | 10.386,45 | 30.000,00 |
| 10 | 289,84 | 10.000,00 | 10.289,84 | 20.000,00 |
| 11 | 193,23 | 10.000,00 | 10.193,23 | 10.000,00 |
| 12 | 96,61 | 10.000,00 | 10.096,61 | 0,00 |
| Σ | 7.535,79 | 120.000,00 | 127.535,79 | - |

Tabela 6: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortização Constante Contrato Único - Data Focal na Época Zero

Por outro lado, no caso de contratos múltiplos, também teremos que o valor do principal do k -ésimo subcontrato, será igual ao valor atual, à taxa i de juros simples, da k -ésima prestação, da mesma forma que o caso das prestações constantes. Ou seja:

$$F_k = p_k / (1 + i \times k), \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Com a correspondente componente de juros, J'_k , sendo agora dado pela relação:

$$J'_k = p_k \left\{ 1 - 1 / (1 + i \times k) \right\}, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Deste modo, ainda considerando nosso exemplo de caráter ilustrativo, teremos o comportamento apresentado na Tabela 7.

| k | p_k | $F_k = A_k$ | J_k | J'_k | d_k |
|----------|------------|-------------|----------|----------|----------|
| 1 | 11.159,35 | 11.048,86 | 1.159,35 | 110,49 | 1.048,86 |
| 2 | 11.062,74 | 10.845,82 | 1.062,74 | 216,92 | 845,82 |
| 3 | 10.966,13 | 10.646,72 | 966,13 | 319,40 | 646,72 |
| 4 | 10.869,51 | 10.451,46 | 869,51 | 418,06 | 451,46 |
| 5 | 10.772,90 | 10.259,91 | 772,90 | 513,00 | 259,91 |
| 6 | 10.676,29 | 10.071,97 | 676,29 | 604,32 | 71,97 |
| 7 | 10.579,68 | 9.887,55 | 579,68 | 692,13 | -112,45 |
| 8 | 10.483,06 | 9.706,54 | 483,06 | 776,52 | -293,46 |
| 9 | 10.386,45 | 9.528,85 | 386,45 | 857,60 | -471,15 |
| 10 | 10.289,84 | 9.354,40 | 289,84 | 935,44 | -645,60 |
| 11 | 10.193,23 | 9.183,09 | 193,23 | 1.010,14 | -816,91 |
| 12 | 10.096,61 | 9.014,83 | 96,61 | 1.081,78 | -985,17 |
| Σ | 127.535,79 | 120.000,00 | 7.535,79 | 7.535,79 | 0,00 |

Tabela 7: Caso Amortizações Constantes, Contratos Múltiplos Data Focal na Época Zero

Como se depreende das Tabelas 8, 9 e 10, os ganhos fiscais continuam a ser extremamente significativos.

| $i=1\%$ ao mês | $p_a(\%)$ | | | | | |
|----------------|-----------|---------|---------|----------|----------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 6,9406 | 13,9511 | 21,0079 | 28,0897 | 35,1771 | 42,2530 |
| 10 | 12,6124 | 25,7559 | 39,2682 | 52,9979 | 66,8105 | 80,5926 |
| 15 | 17,3770 | 35,7323 | 54,6099 | 73,6175 | 92,4539 | 110,9110 |
| 20 | 21,4769 | 44,1958 | 67,2778 | 90,0806 | 112,2184 | 133,5060 |
| 25 | 25,0559 | 51,3787 | 77,6256 | 103,0167 | 127,2335 | 150,2221 |
| 30 | 28,2097 | 57,4769 | 86,0521 | 113,1885 | 138,7521 | 162,8518 |

Tabela 8: Ganhos Fiscais – Amortizações Constantes e Data Focal - Época Zero

| $i=2\%$ ao mês | $p_a(\%)$ | | | | | |
|----------------|-----------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 6,0665 | 12,1266 | 18,1627 | 24,1594 | 30,1038 | 35,9848 |
| 10 | 10,2954 | 20,7404 | 31,2173 | 41,6279 | 51,8947 | 61,9600 |
| 15 | 13,5477 | 27,2897 | 40,9374 | 54,2848 | 67,2032 | 79,6259 |
| 20 | 16,1830 | 32,4468 | 48,3122 | 63,5134 | 77,9472 | 91,6081 |
| 25 | 18,3820 | 36,5870 | 53,9823 | 70,3341 | 85,6390 | 99,9876 |
| 30 | 20,2520 | 39,9559 | 58,4040 | 75,4830 | 91,3246 | 106,1087 |

Tabela 9: Ganhos Fiscais – Amortizações Constantes e Data Focal - Época Zero

| i=3% ao mês Prazo em anos | pa(%) | | | | | |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 5,4434 | 10,8386 | 16,1728 | 21,4352 | 26,6173 | 31,7125 |
| 10 | 8,8550 | 17,6923 | 26,4265 | 34,9920 | 43,3425 | 51,4472 |
| 15 | 11,3558 | 22,6149 | 33,5860 | 44,1509 | 54,2513 | 63,8706 |
| 20 | 13,3218 | 26,3525 | 38,8032 | 50,5530 | 61,5887 | 71,9521 |
| 25 | 14,9274 | 29,2773 | 42,7086 | 55,1630 | 66,7153 | 77,4785 |
| 30 | 16,2705 | 31,6136 | 45,7001 | 58,5876 | 70,4518 | 81,4659 |

Tabela 10: Ganhos Fiscais – Amortizações Constantes e Data Focal - Época Zero

2.1.3 O Caso do Sistema de Amortização Mista

Conquanto não se afigure como de utilização frequente, é oportuno que também seja abordado o que se denominou de sistema de amortização mista (SAM).

Como se depreende de seu próprio nome, tal sistema é uma combinação do sistema de prestações constantes, com o sistema de amortizações constantes. Efetivamente, tudo se passa como metade do valor F do financiamento fosse contratada segundo o sistema de prestações constantes, com a outra metade como se fosse contratada de acordo com sistema de amortizações constantes.

Assim, no caso de um único contrato, a Tabela 11 apresenta a correspondente evolução do débito para o caso do exemplo da seção 3.1.1.

| k | J_k | A_k | p_k | S_k |
|----------|----------|------------|------------|------------|
| 0 | - | | - | 120.000,00 |
| 1 | 1.169,34 | 9.729,74 | 10.899,08 | 110.270,26 |
| 2 | 1.071,89 | 9.778,88 | 10.850,77 | 100.491,39 |
| 3 | 974,45 | 9.828,02 | 10.802,46 | 90.663,37 |
| 4 | 877,00 | 9.877,15 | 10.754,16 | 80.786,22 |
| 5 | 779,56 | 9.926,29 | 10.705,85 | 70.859,92 |
| 6 | 682,11 | 9.975,43 | 10.657,54 | 60.884,49 |
| 7 | 584,67 | 10.024,57 | 10.609,24 | 50.859,92 |
| 8 | 487,22 | 10.073,71 | 10.560,93 | 40.786,22 |
| 9 | 389,78 | 10.122,85 | 10.512,63 | 30.663,37 |
| 10 | 292,33 | 10.171,98 | 10.464,32 | 20.491,39 |
| 11 | 194,89 | 10.221,12 | 10.416,01 | 10.270,26 |
| 12 | 97,44 | 10.270,26 | 10.367,71 | 0,00 |
| Σ | 7.600,70 | 120.000,00 | 127.600,70 | - |

Tabela 11: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortização Mista Contrato Único - Data Focal na Época Zero

Por outro lado, no caso de contratos múltiplos, também teremos que o valor do principal do k -ésimo subcontrato, será igual ao valor atual, à taxa i de juros simples, da k -ésima prestação, da mesma forma que o caso das prestações constantes e amortizações constantes. Ou seja:

$$F_k = p_k / (1 + i \times k), \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

Com a correspondente componente de juros, J'_k , sendo agora dado pela relação:

$$J'_k = p_k \{1 - 1 / (1 + i \times k)\}, \text{ para } k = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Deste modo, ainda considerando nosso exemplo de caráter ilustrativo, teremos a evolução apresentada na Tabela 12;

| k | p_k | $F_k = A_k$ | J_k | J'_k | d_k |
|----------|------------|-------------|----------|----------|-----------|
| 1 | 10.899,08 | 10.791,16 | 1.169,34 | 107,91 | 1.061,43 |
| 2 | 10.850,77 | 10.638,01 | 1.071,89 | 212,76 | 859,13 |
| 3 | 10.802,46 | 10.487,83 | 974,45 | 314,63 | 659,81 |
| 4 | 10.754,16 | 10.340,54 | 877,00 | 413,62 | 463,38 |
| 5 | 10.705,85 | 10.196,05 | 779,56 | 509,80 | 269,76 |
| 6 | 10.657,54 | 10.054,29 | 682,11 | 603,26 | 78,86 |
| 7 | 10.609,24 | 9.915,18 | 584,67 | 694,06 | -109,39 |
| 8 | 10.560,93 | 9.778,64 | 487,22 | 782,29 | -295,07 |
| 9 | 10.512,63 | 9.644,61 | 389,78 | 868,01 | -478,24 |
| 10 | 10.464,32 | 9.513,02 | 292,33 | 951,30 | -658,97 |
| 11 | 10.416,01 | 9.383,80 | 194,89 | 1.032,22 | -837,33 |
| 12 | 10.367,71 | 9.256,88 | 97,44 | 1.110,83 | -1.013,38 |
| Σ | 127.600,70 | 120.000,00 | 7.600,70 | 7.600,70 | 0,00 |

Tabela 12: Caso Sistema de Amortização Mista, Contratos Múltiplos - Data Focal na Época Zero

Como se depreende das Tabelas 13, 14 e 15, os ganhos fiscais continuam a ser extremamente significativos.

| i=1% ao mês Prazo em anos | pa(%) | | | | | |
|---------------------------------|---------|---------|----------|----------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 7,2949 | 14,6947 | 22,1737 | 29,7085 | 37,2771 | 44,8599 |
| 10 | 13,8599 | 28,4921 | 43,7143 | 59,3462 | 75,2199 | 91,1871 |
| 15 | 19,9013 | 41,4042 | 63,9393 | 86,9692 | 110,0473 | 132,8408 |
| 20 | 25,5597 | 53,4535 | 82,4374 | 111,4842 | 139,9067 | 167,3291 |
| 25 | 30,9030 | 64,6067 | 98,9568 | 132,5021 | 164,5467 | 194,8947 |
| 30 | 35,9665 | 74,8369 | 113,4512 | 150,1924 | 184,6312 | 216,8797 |

Tabela 13: Ganhos Fiscais – Amortizações Mistas e Data Focal - Época Zero

| Prazo em anos | pa(%) | | | | | |
|---------------|---------|---------|---------|----------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 6,6545 | 13,3465 | 20,0540 | 26,7572 | 33,4387 | 40,0832 |
| 10 | 12,1603 | 24,7146 | 37,4996 | 50,3683 | 63,1959 | 75,8819 |
| 15 | 17,0582 | 34,8307 | 52,8383 | 70,6940 | 88,1246 | 104,9617 |
| 20 | 21,5581 | 43,9423 | 66,1935 | 87,6805 | 108,0894 | 127,3287 |
| 25 | 25,7501 | 52,1405 | 77,6580 | 101,5779 | 123,7469 | 144,2870 |
| 30 | 29,6800 | 59,4822 | 87,3964 | 112,8542 | 136,0322 | 157,3060 |

Tabela 14: Ganhos Fiscais – Amortizações Mistas e Data Focal - Época Zero

| Prazo em anos | pa(%) | | | | | |
|---------------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 6,2022 | 12,4000 | 18,5745 | 24,7091 | 30,7898 | 36,8046 |
| 10 | 11,1107 | 22,4142 | 33,7660 | 45,0444 | 56,1526 | 67,0185 |
| 15 | 15,4345 | 31,1544 | 46,7518 | 61,9313 | 76,5107 | 90,4006 |
| 20 | 19,3912 | 38,9276 | 57,8337 | 75,6827 | 92,3291 | 107,7960 |
| 25 | 23,0680 | 45,8505 | 67,1948 | 86,7102 | 104,4600 | 120,6774 |
| 30 | 26,5075 | 51,9954 | 75,0408 | 95,5170 | 113,8182 | 130,3972 |

Tabela 15: Ganhos Fiscais – Amortizações Mistas e Data Focal - Época Zero

Por conseguinte, pode-se concluir que, também no caso em que seja adotado o sistema de amortização mista (SAM), a entidade financiadora irá auferir significativos ganhos fiscais, se um contrato individual for substituído por n subcontratos.

2.2 Caso da Data Focal no Final do Contrato

Em sendo adotada como data focal a do pagamento da última prestação periódica, época n , denotando-se pôr \bar{p}_k a k -ésima prestação, a correspondente equação de equivalência financeira escreve-se como:

$$F \times (1+i \times n) = \sum_{k=1}^n \bar{p}_k \times \{1+i \times (n-k)\} \quad (12)$$

Devendo-se notar que a especificação da data focal no final do prazo contratual, gerou o chamado “Método de Gauss”, conforme Nogueira (2013), que é referente ao caso de prestações constantes, e sua extensão, como sugerido por Rovina (2009), para o caso de prestações em progressão aritmética.

Sendo que, no caso de implementação de contratos múltiplos, o principal do k -ésimo

contrato, agora denotado como \bar{F}_k será tal que se tenha:

$$\bar{F}_k = \bar{p}_k \times \{1+i \times (n-k)\} / (1+i \times n), \text{ para } k=1,2,\dots,n \quad (13)$$

Com tal procedimento, assegura-se que a soma dos principais dos n subcontratos seja exatamente igual ao valor F especificado no caso de contrato único, com data focal ao final do financiamento, em todos os sistemas de amortização aqui estudados.

2.2.1 O Caso de Prestações Constantes

Considerando ainda o exemplo da seção 3.1.1, temos a evolução apresentada a seguir.

| k | \bar{J}_k | \bar{A}_k | \bar{p}_k | \bar{S}_k |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0 | | | | 120.000,00 |
| 1 | 1.137,44 | 9.478,67 | 10.616,11 | 110.521,33 |
| 2 | 1.042,65 | 9.573,46 | 10.616,11 | 100.947,87 |
| 3 | 947,87 | 9.668,25 | 10.616,11 | 91.279,62 |
| 4 | 853,08 | 9.763,03 | 10.616,11 | 81.516,59 |
| 5 | 758,29 | 9.857,82 | 10.616,11 | 71.658,77 |
| 6 | 663,51 | 9.952,61 | 10.616,11 | 61.706,16 |
| 7 | 568,72 | 10.047,39 | 10.616,11 | 51.658,77 |
| 8 | 473,93 | 10.142,18 | 10.616,11 | 41.516,59 |
| 9 | 379,15 | 10.236,97 | 10.616,11 | 31.279,62 |
| 10 | 284,36 | 10.331,75 | 10.616,11 | 20.947,87 |
| 11 | 189,57 | 10.426,54 | 10.616,11 | 10.521,33 |
| 12 | 94,79 | 10.521,33 | 10.616,11 | 0,00 |
| Σ | 7.393,36 | 120.000,00 | 127.393,36 | |

Tabela 16: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Prestação Constante Contrato Único - Data Focal na Final do Financiamento

| k | \bar{p}_k | $\bar{F}_k = \bar{A}_k$ | \bar{J}_k | \bar{J}'_k | \bar{d}_k |
|----------|-------------|-------------------------|-------------|--------------|-------------|
| 1 | 10.616,11 | 10.521,33 | 1.137,44 | 94,79 | 1.042,65 |
| 2 | 10.616,11 | 10.426,54 | 1.042,65 | 189,57 | 853,08 |
| 3 | 10.616,11 | 10.331,75 | 947,87 | 284,36 | 663,51 |
| 4 | 10.616,11 | 10.236,97 | 853,08 | 379,15 | 473,93 |
| 5 | 10.616,11 | 10.142,18 | 758,29 | 473,93 | 284,36 |
| 6 | 10.616,11 | 10.047,39 | 663,51 | 568,72 | 94,79 |
| 7 | 10.616,11 | 9.952,61 | 568,72 | 663,51 | -94,79 |
| 8 | 10.616,11 | 9.857,82 | 473,93 | 758,29 | -284,36 |
| 9 | 10.616,11 | 9.763,03 | 379,15 | 853,08 | -473,93 |
| 10 | 10.616,11 | 9.668,25 | 284,36 | 947,87 | -663,51 |
| 11 | 10.616,11 | 9.573,46 | 189,57 | 1.042,65 | -853,08 |
| 12 | 10.616,11 | 9.478,67 | 94,79 | 1.137,44 | -1.042,65 |
| Σ | 127.393,36 | 120.000,00 | 7.393,36 | 7.393,36 | 0,00 |

Tabela 17: Caso Prestações Constantes, Contratos Múltiplos Data Focal no Final do Financiamento

| $i=1\%$ ao mês | $\rho a(\%)$ | | | | | |
|----------------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 8,3206 | 16,8744 | 25,6332 | 34,5691 | 43,6552 | 52,8660 |
| 10 | 17,4672 | 36,7401 | 57,6683 | 80,0576 | 103,6862 | 128,3192 |
| 15 | 27,3318 | 59,4887 | 96,0380 | 136,2741 | 179,3400 | 224,3538 |
| 20 | 37,9374 | 85,1995 | 140,6702 | 202,3963 | 268,1493 | 335,9098 |
| 25 | 49,3026 | 113,8649 | 191,0998 | 276,7112 | 366,4184 | 457,0043 |
| 30 | 61,4403 | 145,3882 | 246,5568 | 357,1327 | 470,6001 | 583,0412 |

Tabela 18: Ganhos Fiscais – Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época n

| $i=2\%$ ao mês | $\rho a(\%)$ | | | | | |
|----------------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 8,3206 | 16,8744 | 25,6332 | 34,5691 | 43,6552 | 52,8660 |
| 10 | 17,4672 | 36,7401 | 57,6683 | 80,0576 | 103,6862 | 128,3192 |
| 15 | 27,3318 | 59,4887 | 96,0380 | 136,2741 | 179,3400 | 224,3538 |
| 20 | 37,9374 | 85,1995 | 140,6702 | 202,3963 | 268,1493 | 335,9098 |
| 25 | 49,3026 | 113,8649 | 191,0998 | 276,7112 | 366,4184 | 457,0043 |
| 30 | 61,4403 | 145,3882 | 246,5568 | 357,1327 | 470,6001 | 583,0412 |

Tabela 19: Ganhos Fiscais – Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época n

| $i=3\%$ ao mês | $\rho a(\%)$ | | | |
|----------------|--------------|----------|----------|---------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% |
| 5 | 8,320578 | 16,87441 | 25,63316 | 34,5690 |
| 10 | 17,46722 | 36,74014 | 57,66827 | 80,0576 |
| 15 | 27,33177 | 59,48866 | 96,03804 | 136,274 |
| 20 | 37,93743 | 85,19945 | 140,6702 | 202,396 |
| 25 | 49,3026 | 113,8649 | 191,0998 | 276,711 |
| 30 | 61,44034 | 145,3882 | 246,5568 | 357,132 |

Tabela 20: Ganhos Fiscais – Caso de Prestações Constantes e Data Focal na Época n

Neste caso, em especial, os ganhos fiscais independem da taxa do contrato. Aos interessados na demonstração desta independência sugerimos ver a demonstração em de Faro e Lachtermacher (2023c).

2.2.2- O Caso de Amortizações Constantes

Sendo que, ainda considerando o exemplo da seção 3.1.1, teremos o apresentado nas Tabelas a seguir.

| k | \bar{J}_k | \bar{A}_k | \bar{p}_k | \bar{S}_k |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0 | | | | 120.000,00 |
| 1 | 1.118,01 | 10.000,00 | 11.118,01 | 110.000,00 |
| 2 | 1.024,84 | 10.000,00 | 11.024,84 | 100.000,00 |
| 3 | 931,68 | 10.000,00 | 10.931,68 | 90.000,00 |
| 4 | 838,51 | 10.000,00 | 10.838,51 | 80.000,00 |
| 5 | 745,34 | 10.000,00 | 10.745,34 | 70.000,00 |
| 6 | 652,17 | 10.000,00 | 10.652,17 | 60.000,00 |
| 7 | 559,01 | 10.000,00 | 10.559,01 | 50.000,00 |
| 8 | 465,84 | 10.000,00 | 10.465,84 | 40.000,00 |
| 9 | 372,67 | 10.000,00 | 10.372,67 | 30.000,00 |
| 10 | 279,50 | 10.000,00 | 10.279,50 | 20.000,00 |
| 11 | 186,34 | 10.000,00 | 10.186,34 | 10.000,00 |
| 12 | 93,17 | 10.000,00 | 10.093,17 | 0,00 |
| Σ | 7.267,08 | 120.000,00 | 127.267,08 | |

Tabela 21: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortizações Constantes Contrato Único - Data Focal no Final do Financiamento

| k | \bar{p} | $\bar{F}_k = \bar{A}_k$ | \bar{J}_k | \bar{J}'_k | \bar{d}_k |
|----------|------------|-------------------------|-------------|--------------|-------------|
| 1 | 11.118,01 | 11.018,74 | 1.118,01 | 99,27 | 1.018,74 |
| 2 | 11.024,84 | 10.827,97 | 1.024,84 | 196,87 | 827,97 |
| 3 | 10.931,68 | 10.638,86 | 931,68 | 292,81 | 638,86 |
| 4 | 10.838,51 | 10.451,42 | 838,51 | 387,09 | 451,42 |
| 5 | 10.745,34 | 10.265,64 | 745,34 | 479,70 | 265,64 |
| 6 | 10.652,17 | 10.081,52 | 652,17 | 570,65 | 81,52 |
| 7 | 10.559,01 | 9.899,07 | 559,01 | 659,94 | -100,93 |
| 8 | 10.465,84 | 9.718,28 | 465,84 | 747,56 | -281,72 |
| 9 | 10.372,67 | 9.539,15 | 372,67 | 833,52 | -460,85 |
| 10 | 10.279,50 | 9.361,69 | 279,50 | 917,81 | -638,31 |
| 11 | 10.186,34 | 9.185,89 | 186,34 | 1.000,44 | -814,11 |
| 12 | 10.093,17 | 9.011,76 | 93,17 | 1.081,41 | -988,24 |
| Σ | 127.267,08 | 120.000,00 | 7.267,08 | 7.267,08 | 0,00 |

Tabela 22: Caso Amortizações Constantes, Contratos Múltiplos Data Focal no Final do Financiamento

| $i=1\%$ ao mês | $\rho a(\%)$ | | | | | |
|----------------|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Prazo em anos | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 7,7552 | 15,6718 | 23,7228 | 31,8826 | 40,1269 | 48,4330 |
| 10 | 15,6890 | 32,6551 | 50,7238 | 69,7007 | 89,3852 | 109,5827 |
| 15 | 23,9269 | 51,1075 | 80,9942 | 112,9219 | 146,2102 | 180,2417 |
| 20 | 32,5457 | 71,0942 | 114,3113 | 160,5803 | 208,3928 | 256,5663 |
| 25 | 41,5726 | 92,5563 | 150,2096 | 211,4310 | 273,7177 | 335,4564 |
| 30 | 51,0157 | 115,3712 | 188,1381 | 264,3247 | 340,5672 | 415,1392 |

Tabela 23: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Constantes e Data Focal na Época n

| i=2% ao mês | pa(%) | | | | | |
|---------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| Prazo em anos | | | | | | |
| 5 | 7,5001 | 15,1333 | 22,8736 | 30,6966 | 38,5797 | 46,5019 |
| 10 | 15,1762 | 31,4996 | 48,7962 | 66,8775 | 85,5535 | 104,6434 |
| 15 | 23,2107 | 49,4007 | 78,0243 | 108,4433 | 140,0218 | 172,1943 |
| 20 | 31,6584 | 68,8766 | 110,3394 | 154,5123 | 199,9972 | 245,7168 |
| 25 | 40,5332 | 89,8540 | 145,2875 | 203,9075 | 263,3997 | 322,2919 |
| 30 | 49,8357 | 112,2056 | 182,3341 | 255,5224 | 328,6544 | 400,1461 |

Tabela 24: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Constantes e Data Focal na Época n

| i=3% ao mês | pa(%) | | | | | |
|---------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| Prazo em anos | | | | | | |
| 5 | 7,3549 | 14,8278 | 22,3935 | 30,0285 | 37,7109 | 45,4208 |
| 10 | 14,9325 | 30,9541 | 47,8916 | 65,5602 | 83,7753 | 102,3625 |
| 15 | 22,8999 | 48,6661 | 76,7554 | 106,5426 | 137,4111 | 168,8170 |
| 20 | 31,2939 | 67,9739 | 108,7353 | 152,0784 | 196,6487 | 241,4095 |
| 25 | 40,1217 | 88,7941 | 143,3724 | 200,9989 | 259,4303 | 317,2464 |
| 30 | 49,3808 | 110,9966 | 180,1344 | 252,2051 | 324,1831 | 394,5351 |

Tabela 25: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Constantes e Data Focal na Época n

2.2.3 O Caso de Amortização Mista

Similarmente, ainda considerando o exemplo da seção 3.1.1, teremos os resultados apresentados a seguir.

| k | \bar{J}_k | \bar{A}_k | \bar{p}_k | \bar{S}_k |
|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 0 | | | | 120.000,00 |
| 1 | 1.127,73 | 9.739,34 | 10.867,06 | 110.260,66 |
| 2 | 1.033,75 | 9.786,73 | 10.820,48 | 100.473,93 |
| 3 | 939,77 | 9.834,12 | 10.773,90 | 90.639,81 |
| 4 | 845,79 | 9.881,52 | 10.727,31 | 80.758,29 |
| 5 | 751,82 | 9.928,91 | 10.680,73 | 70.829,38 |
| 6 | 657,84 | 9.976,30 | 10.634,14 | 60.853,08 |
| 7 | 563,86 | 10.023,70 | 10.587,56 | 50.829,38 |
| 8 | 469,89 | 10.071,09 | 10.540,98 | 40.758,29 |
| 9 | 375,91 | 10.118,48 | 10.494,39 | 30.639,81 |
| 10 | 281,93 | 10.165,88 | 10.447,81 | 20.473,93 |
| 11 | 187,95 | 10.213,27 | 10.401,22 | 10.260,66 |
| 12 | 93,98 | 10.260,66 | 10.354,64 | 0,00 |
| Σ | 7.330,22 | 120.000,00 | 127.330,22 | |

Tabela 26: Evolução do Saldo Devedor no Caso de Amortizações Mistas Contrato Único - Data Focal na Final do Financiamento

| k | \bar{p}_k | $\bar{F}_k = \bar{A}_k$ | \bar{J}_k | \bar{J}'_k | \bar{d}_k |
|----------|-------------|-------------------------|-------------|--------------|-------------|
| 1 | 10.867,06 | 10.770,04 | 1.127,73 | 97,03 | 1.030,70 |
| 2 | 10.820,48 | 10.627,26 | 1.033,75 | 193,22 | 840,53 |
| 3 | 10.773,90 | 10.485,31 | 939,77 | 288,59 | 651,19 |
| 4 | 10.727,31 | 10.344,19 | 845,79 | 383,12 | 462,68 |
| 5 | 10.680,73 | 10.203,91 | 751,82 | 476,82 | 275,00 |
| 6 | 10.634,14 | 10.064,46 | 657,84 | 569,69 | 88,15 |
| 7 | 10.587,56 | 9.925,84 | 563,86 | 661,72 | -97,86 |
| 8 | 10.540,98 | 9.788,05 | 469,89 | 752,93 | -283,04 |
| 9 | 10.494,39 | 9.651,09 | 375,91 | 843,30 | -467,39 |
| 10 | 10.447,81 | 9.514,97 | 281,93 | 932,84 | -650,91 |
| 11 | 10.401,22 | 9.379,68 | 187,95 | 1.021,55 | -833,59 |
| 12 | 10.354,64 | 9.245,21 | 93,98 | 1.109,43 | -1.015,45 |
| Σ | 127.330,22 | 120.000,00 | 7.330,22 | 7.330,22 | 0,00 |

Tabela 27: Caso Amortizações Mistas, Contratos Múltiplos Data Focal no Final do Financiamento

| i=1% ao mês | pa(%) | | | | | |
|---------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| Prazo em anos | | | | | | |
| 5 | 8,0475 | 16,2920 | 24,7056 | 33,2614 | 41,9337 | 50,6980 |
| 10 | 16,6234 | 34,7863 | 54,3212 | 75,0292 | 96,6945 | 119,0988 |
| 15 | 25,7306 | 55,4912 | 88,7656 | 124,8440 | 162,9404 | 202,2980 |
| 20 | 35,4124 | 78,4553 | 127,8252 | 181,6758 | 238,1164 | 295,5607 |
| 25 | 45,6864 | 103,6213 | 170,9688 | 243,9372 | 319,1531 | 394,2838 |
| 30 | 56,5591 | 130,8561 | 217,4844 | 309,9643 | 403,4829 | 495,3930 |

Tabela 28: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Mistas e Data Focal na Época n

| i=2% ao mês | pa(%) | | | |
|---------------|---------|----------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% |
| Prazo em anos | | | | |
| 5 | 7,9327 | 16,0480 | 24,3185 | 32,7174 |
| 10 | 16,4056 | 34,2866 | 53,4728 | 73,7654 |
| 15 | 25,4366 | 54,7682 | 87,4695 | 122,8350 |
| 20 | 35,0555 | 77,5223 | 126,0836 | 178,9174 |
| 25 | 45,2732 | 102,4825 | 168,7861 | 240,4590 |
| 30 | 56,0928 | 129,5131 | 214,8745 | 305,8264 |

Tabela 29: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Mistas e Data Focal na Época n

| Prazo em anos | pa(%) | | | | | |
|---------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 5% | 10% | 15% | 20% | 25% | 30% |
| 5 | 7,8706 | 15,9164 | 24,1098 | 32,4247 | 40,8362 | 49,3210 |
| 10 | 16,3085 | 34,0643 | 53,0963 | 73,2061 | 94,1822 | 115,8140 |
| 15 | 25,3170 | 54,4748 | 86,9451 | 122,0245 | 158,9498 | 196,9967 |
| 20 | 34,9175 | 77,1628 | 125,4149 | 177,8614 | 232,6791 | 288,3587 |
| 25 | 45,1186 | 102,0579 | 167,9752 | 239,1704 | 312,4020 | 385,4533 |
| 30 | 55,9222 | 129,0235 | 213,9261 | 304,3274 | 395,6063 | 485,2461 |

Tabela 30: Ganhos Fiscais – Caso de Amortizações Mistas e Data Focal na Época n

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Da mesma forma que no caso do regime de juros compostos, onde a substituição de um único contrato por múltiplos contratos, um para cada prestação, acarreta ganhos fiscais para a instituição financiadora, também temos o mesmo efeito no caso de adoção do regime de juros simples.

Entretanto, face à característica de não-cindibilidade de prazo, que se verifica no regime de juros simples, há que se considerar o efeito da seleção da particular data focal. Distintas datas focais acarretam o emprego de distintas sistemáticas.

Nesta primeira parte da análise, focou-se atenção nos sistemas de prestação constante, de amortização constante e amortização mista. Que são os mais frequentes em financiamentos habitacionais.

Evidenciou-se que as datas focais a época zero, que é a da celebração do contrato, e a época do pagamento da última prestação, implicam no emprego de diferentes procedimentos. No entanto, ambas propiciam significativos ganhos fiscais para os financiadores.

Devendo-se frisar que, em ambas as situações, não há perda para os mutuários.

REFERÊNCIAS

- Antonik, L. R. and Assunção, M. S, "Tabela Price e Anatocismo", **Revista de Administração da Unimep**, V. 4, N. 1, p. 120-136, 2006.
- de Faro, C., "The Constant Amortization Scheme with Multiple Contracts", **Revista Brasileira de**

Economia, V. 76, N. 2, p. 135-146, 2022.

- De-Losso, R., Giovannetti, B. and Rangel, A., "Sistema de Amortização por Múltiplos Contratos", **Economic Analyses of Law Review**, V. 4, N. 1, p. 160-180, 2013.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., **Introdução à Matemática Financeira**, Rio/São Paulo, FGV/ Saraiva, 2012.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "Sistema de Prestação Constante no Regime de Juros Simples: duas versões financeiramente consistentes", **Estudos e Negócios Academicos**, V. 3, N. 5, p. 13-23, 2023.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "Consistência Financeira no Regime de Juros Simples", **Ensaio Econômicos da EPEGE**, N. 834, 2023.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "A Multiple Contracts Version of the SACRE", **London Journal of Research in Management Business**, V. 23, I. 6, C. 10, p. 15-27, 2023a.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "An Alternative Multiple Contracts Version of SACRE", **Journal of Economics and Management Sciences**, V. 6, N. 2, p. 19-27, 2023b.

- de Faro, C. and Lachtermacher, G., "Multiple Contracts with Simple Interest: The Case of Constant Payments", submetido *International Journal of Management and Economics Invention* (ISSN: 2395-7220), 2023c.

- Forger, F., **Saldo Capitalizável e Saldo Não Capitalizável: Novos Algoritmos para o Regime de Juros Simples**, Departamento de Matemática Aplicada, Universidade de São Paulo, 2009.

- Lachtermacher, G. and de Faro, C., "Sistemas de Amortização no Regime de Juros Simples: uma Metodologia Geral", **Ensaio Econômicos da EPEGE**, N. 835, 2022.

- Nogueira, J., **Tabela Price: Mitos e Paradigmas**, 3ª Ed., Millenium, 2013.

- Rovina, E., **Uma Nova Visão da Matemática Financeira: para Laudos Periciais e Contratos de Amortização**, Millenium, 2009.